Donner du sens aux activités numériques pour surmonter les obstacles dans leurs apprentissages Diapos 1

Marie-Alix Girodet,
Maître de conférences à Paris Descartes
Françoise Duquesne-Belfais
Maître de conférences à l' INS HEA de Suresnes (ex Cnefei)

Diapo 2

Cette intervention est basée sur nos deux expériences parallèles de formation en direction de publics « en marge » du cursus scolaire courant :
- des formateurs pour adultes illettrés ou de culture étrangère
- des enseignants pour élèves en situation de handicap

Dans ce rôle de « transmetteur » de mathématiques, nous avons eu à résoudre le même problème : comment adapter notre enseignement des mathématiques pour prendre en compte les différences de fonctionnements. Ce sont des problèmes de même type que ceux qui se posent à l'école élémentaire, les obstacles à surmonter y sont comme grossis à la loupe

1. le constat

1.1 une perte de sens liée à une incompréhension de la cohérence entre les objets de travail en maths Diapo 3

Nous partons d'un constat : une difficulté à donner un sens à l'apprentissage des mathématiques qu'il s'agisse des formateurs ou des élèves
Une dimension importante du sens que peut avoir un apprentissage pour les élèves est la possibilité pour eux de percevoir ce qui fait la cohérence des différents objets de travail d'une discipline, ici les maths. Or, la conception courante des mathématiques ne privilégie qu'un deux aspects des mathématiques : les mathématiques « objet » (les mathématiques sont perçues comme un savoir en soi, un objet à étudier. La plupart des formés oublient la dimension « outil » (les mathématiques permettent de mieux comprendre le monde qui nous entoure

1.2 une mauvaise représentation des maths du point de vue affectif Diapos 4 et 5

L'expérience des adultes et le souvenir qu'ils ont de la période où ils ont été élèves et où on leur a enseigné les mathématiques est la plupart du temps une expérience négative, douloureuse : ayant été écarté du sens de ce qu'ils ont appris en classe, un sens de l'échec et image dévalorisée de soi en tant que mathématicien sont associés aux mathématiques
« En maths, on nous donne quelque chose à faire : si on arrive à le faire, on est intelligent, si on n'arrive pas, on est bête, c'est mathématique. »[1] Une élève de première littéraire.
Or faire des maths c'est comme faire du piano : Les maths ne doivent pas se présenter comme une série de règles que l'on doit apprendre et que l'on doit travailler de manière répétitive comme des gammes, mais on peut jouer des airs au piano. Même si le jeu est maladroit, hésitant, il y a le plaisir de jouer. Mais ne nous trompons pas, les gammes sont aussi nécessaires pour bien jouer du piano.

[1] - Nimier J. *Camille a la haine et… Léo adore les maths*, Aléas, 2006 page 49

2. Les conceptions à propos des mathématiques qui font obstacle

2.1 Les maths seraient un langage, hermétique, qui de plus ne servirait qu'à l'école Diapo 6

Or si les mathématiques sont constituées de définitions, de propriétés, de théorèmes qui sont énoncés dans un langage souvent formel, elles sont avant tout un outil et un savoir pour modéliser et simplifier le réel et donc mieux agir dans la réalité. Elles n'étudient aucun objet issu de la réalité ni se réfère à aucun champ de la réalité (comme les autres sciences : la biologie est la science du vivant, la physique celle de la nature inanimée ou l'astronomie celle des astres…), mais elles opèrent sur des abstractions déjà constituées pour en extraire des méthodes et des principes généraux qui s'appliquent partout : non seulement elles ont une utilité directe (se repérer dans le temps et l'espace, gérer son emploi du temps ou son budget, ce qui nécessite donc de savoir calculer mentalement et des ordres de grandeur ou lire des plans et des schémas) mais aussi elles sont utiles car elles élaborent des outils de pensée généraux[2].

2.2 Les Maths sont une langue morte qui n'a pas évolué au cours des temps et qui n'est pas liée à la culture Diapo 7

Or l'histoire des maths lie les maths à l'histoire humaine et puisque c'est un savoir il a une utilité : il sert pour appréhender le monde qui nous entoure. Enseigner les maths requiert de les lier à leur histoire, à l'histoire universelle, à leur impact dans la vie quotidienne, dans les autres disciplines scolaires, dans les arts : la peinture la musique.
D'autre part l'influence des cultures sur les pratiques quotidiennes de calcul[3] doit être prise en compte.
Voici à titre d'exemple comment on dit **3495 en bambara**

wa	saba	**ni**	kèmè	naani	**ni**	bi	konoton	**ni**	duuru
1000	3	**&**	1 00	4	**&**	10	9	**&**	5
(1000 x	3)	+	(100 x	4)	+	(10 x	9)	+	5

Un enfant de culture bambara arrivant en cycle 3 en France aura du mal à écrire des nombres dits en Français car la règle qu'il utilise est inverse de la règle française : il entendra « mille trois » et écrira « 3000 » (pour lui 1003 se dit dans sa langue mille et trois)

2.3 Les Maths sont abstraites donc elles ne peuvent qu'être complexes ; seul le concret est simple Diapo 8

Oui, les maths sont abstraites mais toutes les sciences élaborent des abstractions : un triangle n'est pas plus abstrait qu'un quark (qu'on n'a jamais vu) ou que la séquence d'un chromosome dans le génome humain. Comme disait P. Langevin, *le concret c'est de l'abstrait devenu familier*[4]. Un triangle ou un nombre sont des objets généraux sans usages prédéfinis mais utiles partout.
Quand on s'est attelé à faire de l'alphabétisation « fonctionnelle », on se rend compte vite que le concret n'est pas toujours simple. Se repérer dans un horaire de chemin de fer, trouver son chemin (sans GPS …) ne sont pas forcément des activités simples

[2] Duquesne- BELFAIS F. *apprendre à raisonner en mathématiques à l'école et au collège,* INSHEA, Suresnes 2006
[3] Girodet m-a : collection CREDIF Essais, *l'influence des cultures sur les pratiques quotidiennes de calcul,* Didier Paris 1996
[4] LANGEVIN . P. *la pensée et l'action,* Éditions sociales, Paris 1964

D’autre part on a souvent des « a priori » sur ce qui est simple. Les recherches que nous avons effectuées montrent que souvent est considéré comme simple par le formateur ce qui est proche de sa culture et comme complexe ce qui en est éloigné : or l’expérience que nous avons de plus de 25 ans de formation nous ont convaincues qu’une soustraction anglaise est nettement plus accessible à la compréhension qu’une soustraction française par exemple

2.4 Exemple des identités remarquables Diapo 9

3. Des difficultés supplémentaires d’apprentissage liées au sens du langage Diapo 10

Ces difficultés se manifestent par la multiplicité des systèmes de signifiants (les différents codes, lexiques, ..) et les liens et nœuds qui existent entre eux
Par exemple, il existe plusieurs façons de représenter des quantités : avec des supports figuratifs comme des collections témoins organisées ou pas, et avec des codes de représentations numériques. Il existe de plus plusieurs codes :
- en langue naturelle orale et écrite avec des mots nombres et des règles de combinaison variées (vingt –deux ou vingt et un, quatre-vingts, quatre-vingt-deux) règles additives, multiplicatives ou les deux
- avec un code (les chiffres) et des règles de combinaison (le système de numération de position)
D’où difficultés pour certains élèves (ou adultes de culture différente) à mémoriser les lexiques de ces systèmes (mots nombres ou écritures chiffrées) comme à passer d’un codage à un autre.
Notre héritage culturel est particulièrement complexe, nous sommes héritiers à la fois de la base dix et de la base vingt : on écrit les nombres en base dix (numération écrite) mais on dit les nombres (numération orale) en base dix (jusqu’à 60) et en base vingt (de 60 à 100) ; et chaque langue peut avoir ses particularités : inversion des dizaines et des unités dans le nom des nombres en arabe et en allemand par exemple.

4. Des choix pédagogiques à conjuguer qui semblent contradictoires Diapo 11
Certaines compétences sont à développer en parallèle sans privilégier un aspect au détriment de l’autre, ni établir de hiérarchie entre les deux

4.1 Viser un savoir dire ou un savoir faire?
On peut illustrer le savoir dire et le savoir faire par la différence entre compétences déclaratives et compétences procédurales. Du côté du savoir dire, les compétences déclaratives ; du coté du savoir faire, les compétences procédurales.
Un bon calculateur, c’est quelqu’un qui associera dans un calcul des compétences déclaratives et des compétences procédurales.

4.2 Favoriser la compréhension ou la mémoire?
Par exemple il est aussi nécessaire de connaître ses tables d’additions « par cœur » que de savoir recomposer les résultats ou les décomposer. Ici un ordre s’impose composer et décomposer avant de mémoriser.
Autre exemple : on peut savoir faire un calcul posé (la technique de soustraction) et ne pas reconnaître dans un problème une situation de soustraction. Évidemment les deux compétences sont nécessaires à la résolution du problème

4.3 Éviter l’erreur ou l’autoriser et l’exploiter?
Par exemple une erreur classique sur les nombres décimaux correspond à une inégalité telle que :

7,4 < 7,15

On peut repérer l'erreur sans l'exploiter, c'est-à-dire sans en faire l'analyse : il s'agit ici d'une non compréhension du concept de nombre décimal et de la perception par l'élève d'un nombre décimal comme de 2 entiers séparés par une virgule qui n'a aucune signification.
Cette mauvaise conception peut être renforcée par un enseignement qui incite à séparer la partie décimale et la partie entière (couleurs différentes pour les chiffres, tableau avec partie entière dans une colonne et partie décimale dans une autre etc…)
L'utilisation d'un tableau de numération, la proposition de comparaison des deux nombres en mettant le même nombre de chiffres après la virgule : 7,40 et 7, 15, la compréhension du rôle de la virgule comme repère de l'unité sont autant de moyens d'exploiter l'erreur et de la corriger en « compréhension »

4.4 Travailler du simple vers le complexe ou du complexe vers le simple?
Par exemple : les techniques opératoires avec des petits nombres sont crues plus faciles alors qu'elles sont en réalité plus difficiles qu'avec des grands nombres car les propriétés caractéristiques y sont masquées. C'est un leurre de croire que faire une « somme de simples » permettra d'aboutir au complexe et de le comprendre

5. Des difficultés qui engendrent des conduites qui ne permettent pas de donner du sens aux maths : Diapo 12

5.1 Une recherche de repères dans des règles répétitives

On en connaît de trop nombreux exemples : la règle de 3, les techniques opératoires, la résolution d'équations, les études de fonctions…. ; des mots « déclencheurs » d'un traitement numérique dans un problème : le mot « reste » en CE1 est compris trop souvent comme le résultat d'une soustraction ou en CM2 comme celui d'une division

5.2 Un manque de flexibilité mentale : des difficultés à changer de points de vue, de types de représentations, de registres…
Il existe une grande diversités de procédures de calcul mental : pour faire une soustraction, on a au moins 2 procédures : compter en avant à partir du plus petit ou décompter (en arrière) à partir du plus grand ; il est indispensable de comprendre l'équivalence, au final, des différentes procédures et même d'établir une hiérarchie entre ces diverses procédures[5]

Quelles réponses possibles ? Diapo 13

Nous avons eu le désir de soumettre notre réflexion à l'épreuve de la réalité et nous essayons de réfléchir à une collection de manuels de maths qui permette dès les premiers apprentissages de prévenir ces difficultés.

6- nos hypothèses de travail pour proposer des réponses à ces difficultés

6.1 Simplifier ne permet d'apprendre : Diapo 14

Au lieu de simplifier, on différencie le complexe. Il est important de garder un certain niveau d'exigence quelque soient les difficultés des élèves. Or, ces exigences ne peuvent qu'être différentes selon les difficultés de chacun ; d'où la nécessité de différencier les situations

[5] BUTLEN . D. *le calcul mental entre sens et technique*, PUFC , oct 2007

proposées. Elles doivent être telles que chaque élève puisse en trouver qui soient suffisamment résistantes et riches pour que chacun apprenne mais représenter un obstacle surmontable avec l'aide du groupe (le professeur et les autres élèves).
Un exemple extrait de la maquette CP : La comparaison de nombres entiers à 3 niveaux repérés par des étoiles Diapos 15, 16

6.2 Une situation se résout toujours de plusieurs façons: Diapo 17

Au lieu de privilégier une seule solution considérée comme la « seule et la bonne » : on laisse émerger les différentes procédures et on soigne les mises en commun avec explicitation, utilisation, comparaison et hiérarchisation des diverses procédures utilisées par des élèves différents. Par exemple au niveau d'un calcul oral, cela permettra de développer des compétences procédurales parallèlement aux compétences déclaratives.
Un exemple extrait de la maquette CP : une mise en commun sur la comparaison après les activités différenciées et une mise en commun sur le repérage dans l'espace Diapo 18

6.3 On apprend les maths en agissant (expériences matérielles ou mentales) : Diapo 19

Le jeu et les activités expérimentales sont un support capables de mobiliser l'intérêt des élèves et leur donner le goût des maths et permettent de constituer des situations de référence qui seront évoquées ensuite pour commencer à résoudre des problèmes (c'est-à-dire des situations non plus vécues mais imaginées)
Un exemple extrait de la maquette CP : Ce que j'ai appris : ajouter 1, enlever 1 logo activité et situation de référence : Diapo 20

6.4 On développe le calcul sous tous ses aspects : Diapo 21

Au lieu de travailler le calcul mental, le calcul écrit, le calcul figuré de manière relativement indépendante, on met en place une progression conjointe qui développe le calcul sous tous ses aspects : en se détachant progressivement des divers supports possibles (mains, objets, constellations,), en mettant en œuvre diverses procédures de calcul mental (composition et décomposition des nombres, …) et les comparant. Enfin en liant calcul mental et calcul écrit.
Ceci pour essayer de développer au mieux les compétences en calcul. Ceci nous paraît d'autant plus fondamental que des travaux récents[6] ont prouvé que les compétences en calcul mental sont prédictives de la réussite scolaire.

6.5 On souligne le sens social des mathématiques Diapo 22
Il nous semble indispensable pour donner du sens aux apprentissages mathématiques de lier cette discipline à la vie quotidienne d'une part et à la vie culturelle et collective d'autre part :
Des exemples extraits de la maquette CP : les nombres autour de soi, les nombres dans les expressions, acheter du pain selon les époques (au 19ème siècle, à crédit en faisant une correspondance terme à terme à l'aide d'une « taille », au 21ème siècle en calculant à l'aide de la monnaie) Diapos 23, 24, 25, 26

7 - conclusion Diapo 27
Pour donner du sens aux activités numériques, nous retenons principalement deux postures pédagogiques adaptées :

[6] Suchaut B. *les acquisitions en mathématiques à l'école primaire : des compétences au centre des apprentissages* in Séminaire international sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, nov 2007

- prendre en compte les difficultés des élèves au plus près de leurs besoins et donc privilégier certains moments de la vie de classe en petits groupes de besoins, dans une ambiance de confiance.
- rester toujours au plus près du sens : Comprendre la raison d'être des nombres et leur utilité dans la vie et dans l'histoire (sens externe des mathématiques) ; comprendre les propriétés des nombres, ainsi que la cohérence de leur construction (sens interne des mathématiques).