In COUTERET, P. (coord.), *Les troubles spécifiques du langage oral et écrit*, CD-Rom, Scerén, CRDP, Nord Pas-de- Calais, 2004.

Françoise Duquesne
Centre National de Suresnes

Quelques pistes pour mieux appréhender les difficultés d'apprentissages mathématiques des enfants dysphasiques

L'importance considérable des difficultés d'apprentissage de la lecture pour les enfants présentant des troubles du langage oral et l'enjeu prioritaire que celle-ci représente, tant au niveau scolaire qu'au niveau social, font que relativement peu de travaux s'intéressent à l'élaboration des notions mathématiques de base chez ces élèves.
Il existe cependant des relations entre les troubles du langage (ou dysphasies) et les troubles du calcul (ou dyscalculies). On peut dire qu'il y a de fortes chances pour qu'un enfant dysphasique présente également des troubles de l'apprentissage du nombre et du calcul. Ces deux dysfonctionnements se rencontrent par exemple dans les troubles relatifs à la lecture et à l'écriture des nombres. Nous ne ferons pas le tour de toutes les difficultés qu'il est possible de rencontrer avec eux : nous focaliserons notre réflexion sur certains pôles. Nous aborderons les difficultés liées au domaine des opérations logiques pour mesurer leurs incidences sur les apprentissages numériques comme dans le développement des capacités d'abstraction et de conceptualisation. Nous analyserons la place et le rôle du langage – oral ou écrit – dans les apprentissages mathématiques, pour mieux comprendre les impacts de ces compétences linguistiques aussi bien au niveau de la représentation des nombres que du raisonnement. Nous prendrons des exemples dans le domaine de la résolution de problèmes, qui a l'avantage et « l'inconvénient » de réunir la plupart des obstacles auxquels tout maître se heurte avec des élèves présentant des troubles sévères du langage.

L'élaboration du concept de nombre

Les premières notions mathématiques s'articulent principalement autour du nombre et de son utilisation dans des situations d'ajout, de retrait, de proportion ou de partage. L'étude des processus qui déterminent l'élaboration de ces notions évolue entre les conceptions piagétiennes privilégiant la structuration logique sous-jacente et une approche beaucoup plus fonctionnelle introduite par la psychologie cognitive qui, aujourd'hui, permet de mieux comprendre les enjeux des premières activités mathématiques et les difficultés rencontrées par certains enfants. D'autre part, certains travaux de neuropsychologie ont étudié des dissociations possibles entre l'utilisation des nombres comme représentant des quantités et la compréhension des caractéristiques linguistiques des systèmes de notations numériques (S. Dehaene, 1997). En effet, la construction de la notion de

nombre est complexe de par les multiples aspects qui la fondent. D 'une part, il est nécessaire de coordonner les caractéristiques ordinales et cardinales du nombre, c'est-à-dire d'être conscient que les nombres représentent des quantités et qu'ils sont rangés dans une suite ordonnée dont les termes consécutifs sont reliés par les transformations +1 et –1. D'autre part, la compréhension du rôle du nombre requiert de faire concorder une estimation approximative des quantités et une évaluation exacte obtenue en dénombrant les collections. Enfin, la communication relative aux quantités exige de faire coïncider différents systèmes de représentation des nombres, analogique, oral et écrit. Cette correspondance entre les diverses modalités d'expression des quantités est délicate et des méconnaissances dans le traitement des mots qui représentent les nombres peuvent s'opposer dans certains cas à la construction des aspects logiques ou fonctionnels du nombre.
Nous analyserons ces différentes composantes du nombre en soulignant les compétences et incompétences possibles des enfants dysphasiques relativement à chacune.

La construction des aspects logiques du nombre

Les travaux de Piaget restent incontournables pour qui s'intéresse aux acquisitions logico-mathématiques chez l'enfant. Les opérations nommées infralogiques portent sur la connaissance des objets et du monde dans ses aspects de causalité, de représentation de l'espace et du temps, ou de conservation. Les opérations qui constituent le domaine logico-mathématique sont relatives aux relations entre les objets : il s'agit de la correspondance terme à terme, des classifications, des sériations, des emboîtements de classe.
Dans la théorie de Piaget, le développement cognitif est envisagé comme un processus de construction de structures. L'organisation des différents aspects de la connaissance (perception, image mentale, mémoire, langage etc.) est subordonnée à la mise en place de ces structures opératoires.
En ce qui concerne les fondements logiques du nombre, l'invariance du tout indépendamment de ses parties, constitue l'indice psychologique de l'achèvement du groupement opératoire. Ainsi le nombre et sa conservation procèdent d'une synthèse de deux types de structures logiques : le classement et l'inclusion des classes d'une part, la sériation d'autre part. Ces deux aspects sont complémentaires puisqu'il s'agit de traiter les éléments selon leurs ressemblances ou selon leurs différences. Le nombre émerge de cette fusion et acquiert alors un statut opératoire.

Des difficultés d'apprentissage

Des travaux comme ceux de M. Bernardi (1988,1998) ou de F. De Barbot (1995), ont étudié les performances ou incompétences des enfants gravement dysphasiques dans le domaine de la logique. Les ***sériations*** sont des opérations dans lesquelles ces enfants ne présentent pas de retard particulier. Par exemple, l'épreuve qui consiste à fabriquer un escalier avec des baguettes de différentes longueurs est assez bien réussie : on remarque tout de même que la recherche d'une origine commune à toutes les baguettes est une stratégie qui n'est pas spontanément mise en œuvre par certains. De même, ***la correspondance terme à terme*** est bien établie par la plupart de ces enfants.

Par contre au niveau des ***conservations,*** ces auteurs repèrent des conduites nettement décalées par rapport aux enfants du même âge. Par exemple, l'épreuve de la conservation de la substance qui consiste à admettre que transformer une boule de pâte à modeler en galette ne change pas la « quantité » de matière est fréquemment échouée. On observe à cette occasion que les enfants dysphasiques ont des difficultés à distinguer les continuités et les changements, les évolutions et les ruptures. De plus ils sont dans l'incapacité d'argumenter en utilisant la propriété de réversibilité : si on remet la galette en boule, on retrouve bien la même quantité, « pas plus, pas moins ». On peut en déduire alors que c'est tout le développement de la réversibilité opératoire qui se trouve retardé puisque « le concept d'invariant qui fait corps avec celui de réversibilité exprime l'idée d'une relative stabilité d'un ensemble de transformations ou de variations » (M. Bernardi, 1998, p.206).

De même, les auteurs cités constatent des difficultés dans les épreuves de ***classifications*** et d'inclusion de classes. Etudions plus précisément, dans un premier temps, en quoi consistent ces opérations de classification.

J. Bideaud et O. Houdé (1986) considèrent que coexistent, au cours du développement, deux types de catégorisations.

- Une première modalité dite « logique » qui réduit la complexité du monde et utilise les classes logiques au sens piagétien. Considérons l'expérience de Piaget relative à l'inclusion logique des classes : on présente à l'enfant 10 marguerites et 2 roses et on lui pose la question « Y a-t-il plus de fleurs ou plus de marguerites ? ». La réussite à l'épreuve survient vers 7-8 ans chez des enfants tout-venant. Cette réussite nécessite de savoir que les roses, comme les marguerites, sont des éléments d'une classe d'ordre supérieure, c'est-à-dire de la classe des fleurs.
- Une deuxième modalité de catégorisation, appelée « écologique » par J. Bideaud et O. Houdé, respecte davantage la complexité du monde réel en utilisant des prototypes ou des schémas. Par exemple, si on propose à un enfant de classer des volatiles dans la famille des oiseaux, on constate qu'il choisit un moineau plutôt qu'une poule, car le moineau est un exemplaire plus typique de la catégorie des oiseaux que la poule. De même, il est possible de créer une classe collective en réunissant des objets selon un schéma « situationnel », comme, « tout ce qui se trouve dans une cuisine » ou, selon un schéma « événementiel », comme, « tout ce qui sert à faire sa toilette ». Dans ces derniers cas, les enfants raisonnent par analogie en regroupant ensemble ce qui se ressemble par contiguïté : le passage à l'inclusion logique procéderait alors d'une « abstraction notamment suscitée par l'expérience linguistique et les apprentissages scolaires »(J. Bideaud et O. Houdé , 1986).

Il semble que les enfants dysphasiques réussissent mieux les regroupements qui font appel à des schémas événementiels alors qu'ils échouent de façon spectaculaire dans l'utilisation des classes logiques. (F. De Barbot, 1995). L'inclusion de classes testée par l'épreuve des fleurs est rarement réussie.

Pour constituer des classes d'objets il est nécessaire de repérer des ressemblances et des différences. Or, nous avons souvent remarqué que ces élèves se focalisent sur les différences,

comme si celles-ci étaient les seules informations à retenir. Par exemple, dans une activité de classement d'images, il nous est souvent arrivé de voir ces élèves refuser de les « mettre ensemble » ne pouvant pas se détacher de la perception de leurs différences. Vygotski dit qu'il est plus facile d'avoir conscience des différences que des ressemblances entre des objets ou des situations. En effet, le travail cognitif est différent : la perception des différences est immédiate alors que la reconnaissance de ressemblances nécessite le recours à un concept d'ordre supérieur. Outre cette difficulté à accéder à des catégories de plus en plus abstraites, nous avons eu l'occasion d'observer l'obstacle que représente pour eux la possibilité de distinguer et d'isoler des critères dans les activités de classification. Par exemple, dans un jeu du portrait les questions portent sur tous les critères simultanément : « est-ce que le bonhomme recherché a un bonnet rouge, une chemise verte et un pantalon bleu ? ». Ils considèrent les objets comme possédant toutes les propriétés « à égalité » et ne veulent pas en laisser de côté certaines pour en privilégier d'autres : ils se trouvent dans l'incapacité de traiter les critères indépendamment et successivement.
Or, dans la construction du nombre, les opérations de classification sont nécessaires et sont reliées à celles de sériation. En effet, les nombres sont des classes d'équivalence : par exemple, tous les ensembles à trois éléments sont équivalents entre eux selon un critère, celui de pouvoir être mis en correspondance terme à terme. Que les objets possèdent différentes qualités comme la couleur, la forme ou la fonction ne peut pas intervenir ; il faut abandonner un temps les différences des éléments car ce qui importe c'est que les ensembles en aient la même quantité. Il faut ensuite sérier les ensembles selon un critère d'inclusion en les emboîtant les uns dans les autres et ordonner ainsi leurs cardinaux : si un ensemble est inclus dans un autre, le cardinal du premier est inférieur au cardinal du second. Ces relations entre classifications et sériations sont importantes bien que d'autres concepts soient aussi impliqués dans la conceptualisation du nombre comme le dénombrement, la connaissance de la chaîne numérique ou l'addition arithmétique.

Des aides pédagogiques

Dans notre pratique enseignante, nous avons remarqué qu'un travail sur les classifications et l'inclusion de classes était possible et pouvait améliorer les capacités de ces élèves dans ce domaine particulier et les aider à structurer leurs raisonnements. Des activités du type « jeu du portrait » constituent, à notre sens, d'excellents supports pour viser ces objectifs. Il est possible de varier les formes de ce genre d'activité en utilisant des objets du quotidien, des nombres, des formes géométriques, des mots …

L'exemple du jeu du portrait

L'élève doit deviner le secret détenu par le meneur de jeu (l'enseignant ou un autre enfant), en posant des questions auxquelles il n'est répondu que par « oui » ou « non ».
Le secret peut être pris dans un référentiel d'objets très variés : une pièce d'un jeu de blocs logiques, un objet de la classe, un animal, un personnage, une image, une carte, un mot, un nombre, une figure géométrique... Ce référentiel peut aussi varier par sa taille : l'ensemble des choses à deviner peut être limité dans sa composition ou non. Par exemple, un animal peut être choisi parmi une classe (mammifères ...), un mot peut être pris dans une liste connue de tous et affichée, ou pour ses propriétés : ceux qui commencent par un m, ceux de la famille de « fleur » ou encore ceux dans lequel

on entend le son «o»... Un nombre, aussi, peut être choisi pour ses propriétés : commencer par un 2 ou finir par un 3, être compris entre 50 et 100 ou être plus grand que 10 et n'avoir que 2 chiffres, être multiple de 5 et compris entre 14 et 51... De même une figure géométrique peut contenir plus ou moins d'objets : point, droite, segment, droites parallèles, droites perpendiculaires…

On peut aussi varier les conditions de résolution en imposant un nombre minimal d'essais pour pousser les enfants à réduire le nombre de questions.

Les différentes stratégies de questionnement (sélection des informations)

- Les plus laborieuses consistent à énumérer tous les objets, un à un, jusqu'à obtenir une réponse affirmative ou encore à centrer son attention sur chacun des objets tour à tour en posant les mêmes questions à chaque fois qu'on pense à des objets différents ; ces procédures ont toutes en commun de ne tester qu'une seule hypothèse à la fois.
- Les plus efficaces consistent à effectuer une partition[1] de la collection de référence dans le but d'éliminer une des parties : on partage l'ensemble des possibles en deux parties, on en supprime une et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un cas possible. Il s'agit de réduire le champ des possibles au fur et à mesure qu'on construit l'information. Outre cette activité de catégorisation, ce type de stratégies nécessite des capacités d'anticipation. En effet, plus les catégories opérées sont générales et correspondent à un grand nombre d'éventualités, plus la question permet d'éliminer un grand nombre de cas et plus vite on a des chances de gagner.

Exemple n° 1 : Soit E l'ensemble de référence suivant E = {pigeon, chien, cheval, poisson, écureuil, coccinelle, tortue, araignée }

Les enfants qui posent des questions comme « est-ce qu'il vole ?» pensent plus particulièrement au pigeon ou ceux qui demandent « est-ce qu'il vit dans l'eau ? » se fixent sur le poisson. Lorsqu'ils demandent « est-ce qu'il a 4 pattes ? » ou « est-ce qu'il a des poils ? », ils élaborent déjà une classification qui va économiser le nombre de questions nécessaires à la découverte du secret.

Les différentes stratégies de traitement des réponses (traitement des informations)

- Afin d'éviter les questions redondantes ou inutiles et de construire pas à pas un raisonnement le plus pertinent possible, il est nécessaire de garder la trace, de mémoriser et d'organiser les réponses successives.

Exemple n° 2 : « est-ce qu'il a des nageoires ? » : oui, donc « est-ce qu'il a des pattes ? » est une question inutile.

- Pour construire au fur et à mesure les informations efficaces à la résolution, les enfants doivent être capables de coordonner plusieurs réponses entre elles et de faire des hypothèses en accord avec les informations déjà connues.

Exemple n° 3 : « est-ce un insecte ? » : oui, « est-ce qu'il pique ? » : oui, d'où la pertinence de la question « est-ce un moustique ? » plutôt que « est-ce une mouche ? ».

- Pour déduire de nouvelles informations à partir de celles qui sont déjà connues, les enfants sont amenés à utiliser plusieurs types d'implications dont la plus courante est le recodage d'une

[1] Une partition d'un ensemble est une famille de parties non vides qui n'ont aucun élément en commun et qui, si on les réunit, forment à nouveau l'ensemble initial.

information négative, c'est-à-dire qu'ils doivent être capables de comprendre qu'une réponse négative à une question est informative.

Exemple n° 4 : « est-ce qu'il est domestique ? » : non, rend inutile la question « est-ce qu'il est sauvage ? », sauf si on veut s'entendre confirmer son hypothèse par un « oui », ce qui est fréquent chez les jeunes enfants.

Avec les enfants dysphasiques, il est nécessaire dans un premier temps de les entraîner à formuler les questions. Ensuite, la pratique de ces activités déductives à l'aide de supports variés les aide à structurer leurs recherches et à organiser méthodiquement leurs résultats. De plus cette activité aux allures ludiques présente l'avantage de ne pas mettre ces élèves à nouveau dans une situation stéréotypée « scolaire ». Cette remarque a son importance car souvent, ces enfants souffrent d'avoir subi échecs sur échecs dans leur scolarité antérieure : ils ont suivi plusieurs CP par exemple, sans pour autant avoir appris à lire.

Le dénombrement

Les nombreuses recherches qui ont succédé aux travaux de Piaget, ont montré que les seules opérations de sériation et de classification étaient insuffisantes pour élaborer le concept de nombre. A l'exception de Gréco, l'école de Genève a négligé le développement précoce des connaissances numériques et arithmétiques (comptage, ajout, retrait…) en réduisant la genèse du nombre à l'acquisition de la conservation des quantités discrètes. Certes il est impossible de contester l'importance de la conservation dans la construction du nombre ni ses fondements logiques, mais Gréco fut, semble-t-il, le premier à reconnaître que, bien avant de conserver les quantités discrètes, les enfants pratiquent aussi le comptage pour quantifier le réel.

C'est incontestablement l'influence de Gelman (1983) qui a été déterminante pour prendre en compte l'importance du comptage et du dénombrement dans l'élaboration du nombre en mettant en avant le fonctionnement du sujet et non plus seulement celui de la structure opératoire.

Gelman et Gallistel isolent cinq principes de comptage:

- *Le principe de suite* stable selon lequel les mots-nombres doivent être engendrés dans le même ordre à chaque comptage.
- *Le principe de correspondance terme à terme* selon lequel chaque élément d'une collection doit être désigné par un mot-nombre et un seul.
- *Le principe cardinal* selon lequel le mot-nombre utilisé pour désigner le dernier élément d'une collection représente le nombre total d'éléments.
- *Le principe d'abstraction* qui permet de regrouper des éléments de nature différente en une collection dans le but de les compter.
- *Le principe de non pertinence de l'ordre* selon lequel l'ordre d'énumération des éléments d'une collection n'affecte pas le résultat du comptage, dès lors que le principe de correspondance terme à terme est respecté.

Dans cette théorie, les principes de comptage sont précocement établis chez les très jeunes enfants. Avec l'âge, leurs procédures de comptage se développent et permettent, à la fois, l'application et la coordination de ces principes sur des collections de plus en plus importantes.
En général, les doubles correspondances entre le pointage des objets et l'énonciation de la comptine ne semblent pas poser de problèmes aux enfants dysphasiques, sauf dans les cas où les troubles du langage oral sont associés à une dyspraxie. Nous appuyons ce constat sur les résultats de travaux d'évaluation des compétences numériques que nous avons menés avec l'outil ECPN (Cimete,1995 ; F.Duquesne, 1998 ; C. Charron, F. Duquesne, M.-H. Marchand, C. Meljac, 2001). Ces compétences des enfants dysphasiques dans le comptage et le dénombrement de collections serviront d'appui pour compenser d'autres difficultés dans l'élaboration du concept de nombre.

La représentation des nombres

La chaîne numérique verbale exige le recours à des dénominations langagières qui sont très précisément organisées. L'enfant doit maîtriser l'algorithme de la construction écrite des nombres et se trouve face à une particularité dans ce transcodage, car il s'agit d'un double système de notation écrite des quantités :

- le système alphabétique
- le système arabe

La chaîne numérique verbale

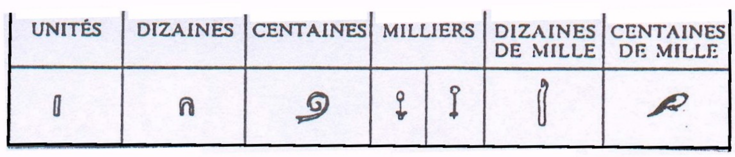
Pour exprimer un nombre, la solution la plus simple est la lexicalisation directe qui fait correspondre un terme à une quantité: en français, le lexique est constitué des mots : un, deux, trois.......quinze, seize, vingt .... cent, mille, million... Mais disposer d'un terme pour chacun des nombres serait peu économique et demanderait une grande capacité mnésique. D'où la nécessité d'exprimer une quantité par décomposition en une expression arithmétique exprimable en une langue donnée. En français cette décomposition peut s'effectuer :

- selon une somme : par exemple, trente deux correspond à 30+2,
- selon un produit : par exemple, quatre-vingts correspond à 4×20,
- selon une combinaison de sommes et de produits : par exemple, deux mille quatre cent vingt trois correspond à 2×1000 + 4×100 +20+3.

A partir du lexique et des règles d'organisation, il est possible de composer toutes les suites verbales exprimant un nombre.

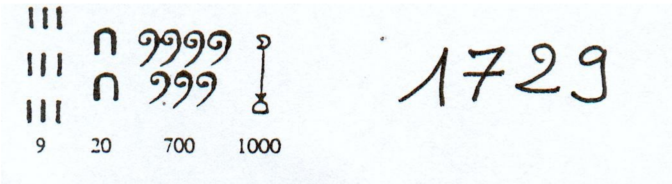
Le codage écrit des nombres

Les systèmes numériques écrits sont restés très longtemps fortement liés à la correspondance terme à terme mais ils ont l'inconvénient de nécessiter beaucoup de signes, ce qui rend peu pratique l'écriture des opérations.



Exemple de la numération Egyptienne [*]:

Par contre les systèmes de notation positionnelle comme le nôtre, sont plus économiques : on n'utilise que dix chiffres (de 0 à 9). Le chiffre 0 sert à marquer une valeur absente, si bien que chaque valeur garde sa position relative correcte et on évite de confondre 25 (2 dizaines et 5 unités) avec 2 5 (2 centaines, pas de dizaines et 5 unités). Cependant ce système de correspondance entre le mot-nombre énoncé oralement et le symbole graphique est assez complexe à comprendre et à utiliser.



Des travaux issus de la psychologie cognitive ont permis de préciser ces mécanismes (M. Fayol, 1990). Le lexique de la numération s'organise en ensembles organisés, les piles :

- les unités de un à neuf
- les particuliers de onze à seize, cent, mille, zéro
- les dizaines de dix à soixante
- les dizaines complexes de soixante-dix à quatre-vingt dix

Des difficultés d'apprentissage

De nombreux enfants dysphasiques vont échouer dans la dénomination et l'écriture des nombres. Ces échecs existent aussi chez les très jeunes enfants, mais la persévérance de ces troubles chez les enfants de cette population révèle qu'ils ne déjouent pas les pièges du système de numération alors que parallèlement ils sont capables de raisonnements mathématiques de leur âge. C'est ce décalage qui nous incite à effectuer une analyse fine de leurs erreurs et à mettre en place des adaptations pédagogiques spécifiques.

Une mauvaise connaissance des mots-nombres

Les enfants dysphasiques peuvent éprouver tardivement des lacunes dans l'évocation de certains mots-nombres de la comptine : ils oublient systématiquement certains éléments (par exemple 12 ou 13…) et peuvent être incapables de les évoquer en dehors de la suite numérique reprise depuis son début. Ils montrent souvent des difficultés pour énoncer la comptine dans un ordre décroissant ou des séries croissantes de 2 en 2 ou de 5 en 5. La répétition de nombres peut s'avérer présenter un véritable obstacle pour un élève dysphasique : une jeune élève de 12 ans demande à l'enseignant de répéter « cent quatre vingt douze » plusieurs fois avant de le retranscrire et le passage par sa propre oralisation la gêne plutôt qu'il ne l'aide. Ces problèmes de mémoire sont encore plus fréquents lorsque le mot-nombre est étranger au lexique familier de l'élève. Des travaux en neuropsychologie donnent à penser que « l'apprentissage verbal comprend une représentation orale des nombres constituant un lexique séparé dans le développement du langage » (J.-F. Gaillard, 2001).

Des difficultés de transcodage entre l'oral et l'écrit

Lors d'une tâche de lecture, l'enfant devra mettre en œuvre une stratégie pour relier des symboles chiffrés à la suite des mots-nombres ou apprendre mécaniquement une grande quantité d'association écritures chiffrées / mots-nombres. Ce dernier cas sollicite fortement la mémoire, ce qui gêne la

[*] G. Ifrah in *Histoire universelle des chiffres*, Laffont, paris, 1994.

plupart de nos élèves. Dans le premier cas, des repères dans les différents codes permettent d'éviter cette surcharge mnésique ; toutefois, ce double codage n'est pas sans présenter de nombreux pièges pour la plupart des enfants.

De fait, on observe selon le cas, une augmentation ou une diminution des entités quand on passe de l'oral à l'écrit. L'enfant se heurte à ces difficultés dès la deuxième dizaine. En effet, lors de l'oralisation des six premiers éléments de la deuxième dizaine (11 à 16), un seul mot-nombre sera énoncé pour deux symboles graphiques. Par exemple « 15 » sera lu « quinze ». Il en est de même pour les dizaines rondes comme 20.

A l'inverse, pour les dizaines complexes (70 à 90), à trois ou quatre mots-nombres correspondront deux chiffres. Par exemple « 97 » sera lu « quatre-vingt-dix sept ».

Par ailleurs, l'ordre d'énonciation du mot nombre peut s'opposer à l'ordre de transcription du chiffre. Par exemple « quatorze » commence par une contraction de « quatre » en lecture et par « 1 » en transcription.

Certains enfants souffrent un déficit d'évocation verbale, au niveau d'une anomie des nombres ou, plus rarement, au niveau d'une agnosie des chiffres (non reconnaissance des symboles chiffrés).

Des erreurs lexicales

Elles concernent la production d'éléments individuels du nombre (c'est-à-dire un chiffre ou un mot isolé) bien que ces éléments soient correctement assemblés sous l'angle syntaxique et produisent un nombre dont le gabarit (c'est-à-dire le nombre de chiffres) est correct.

Les erreurs lexicales sont de deux types :

- L'ordre d'énonciation du mot-nombre peut s'opposer à l'ordre de transcription des chiffres.

Ce sont des erreurs de pile où le chiffre erroné appartient à une autre catégorie lexicale. Par exemple « quatorze » commence par la contraction de « quatre » à l'oral et sa transcription débute par un « 1 ». On peut relever alors la confusion entre « quatorze » et « quarante ». De même pour « treize » transcrit « trente ».

- Il y a des similitudes entre les sons lors de l'énonciation orale d'un mot-nombre.

Ce sont alors des erreurs de position de piles. Par exemple « treize » est transcodé 16 ou « un » est transcrit « vingt ».

Des erreurs syntaxiques

Elles concernent la position des chiffres. La transcription par exemple de « vingt-deux mille cinquante » par « 32050 » constitue une erreur lexicale. En revanche ce même mot-nombre transcrit « 2200050 » déterminera alors une erreur syntaxique :

- Dans les lexicalisations le principe de concaténation fait défaut.

En conséquence, chaque primitive lexicale est transcrite par sa valeur en chiffre. Par exemple « quatre mille vingt-cinq » sera transcrit 400025.

- Des perturbations consistent à transcoder mille, cent, vingt par 0 ou par rien ou par 1. Par exemple « mille huit cent dix » sera transcrit 18010 ou « cent deux mille » en 102 1000.

Des aides pédagogiques

Ces formes de troubles linguistiques ont une fréquence assez élevée : 38 à 50% des dyscalculies de l'enfant en sont imprégnées. Chez certains enfants on peut retrouver l'existence de cette forme isolée

tant en pathologie développementale qu'en pathologie d'origine lésionnelle, avec pourtant préservation des capacités opératoires. Les troubles attentionnels et mnésiques peuvent aussi engendrer des difficultés dans le traitement des représentations du nombre, tant au niveau oral qu'écrit. On peut quelquefois atténuer ces troubles sans toutefois en changer le profil à long terme. Il est possible de mettre en place une démarche de rééducation systématique comme le défendent certains auteurs (M. Pesanti et X. Séron, 2000).
Cependant, du fait que nous nous situons dans une démarche pédagogique, nous pensons important de privilégier la compréhension de la « grammaire » du système de numération et de ses règles.
On observe rarement de régularités dans les erreurs effectuées par un même enfant. Par contre, on constate que ces élèves mettent en œuvre des procédures qui sont généralement régulières : ils cherchent à « se raccrocher » au verbal en effectuant des correspondances entre les formes verbales et les formes écrites qui sont inopérantes puisque, comme nous l'avons souligné précédemment, il existe de nombreux pièges. Par exemple, ils évoquent « tr… » dans « treize » comme dans « trois » et n'ont pas de repères pertinents pour distinguer ce cas de « trente ». Or, lorsque ces élèves font appel aux ressemblances phonologiques, ils ne mobilisent pas de connaissances mathématiques. C'est pourquoi nous choisissons de leur donner des repères d'ordre conceptuel pour comprendre les règles d'organisation du système décimal. En effet, la raison d'être de la numération, c'est le calcul : par exemple, il est plus difficile d'effectuer une addition en numération égyptienne qu'avec une numération de position. En contrepartie, la compréhension des règles de composition d'un tel système est nécessaire pour traiter les calculs. Or, c'est moins la verbalisation des nombres que la connaissance du code numérique qui favorise le calcul.
L'enjeu pédagogique de l'apprentissage de notre système de numération se ramène à la compréhension de la construction de groupements de 10 et d'un changement d'unité : il y a équivalence entre 10 unités discrètes et 1 nouvelle unité appelée « la dizaine ». Ainsi, 25 c'est 2 groupements de 10 et 5 unités, soit 10 + 10 + 5. Pratiquement, la compréhension de ces différents éléments de la conceptualisation de la numération de position favorise la connaissance du système d'écriture des nombres : celui-ci a l'avantage d'être constitué de lois régulières qu'on peut donc retrouver à l'aide d'un raisonnement plutôt que de faire appel à la mémorisation directe mot-nombre/écriture chiffrée. Pour soutenir ces raisonnements, on peut s'appuyer sur différents matériels comme les boîtes de Picbille de R. Brissiaud ou les compteurs proposés par l'équipe de Ermel (1991)
Comme le décrit Y. Yessad, l'utilisation de dessins symboliques pour passer de l'écriture à deux chiffres à l'écriture additive à l'aide des groupements de 10 améliore les capacités de ces enfants à comprendre le changement d'unité (1998). Par exemple, la représentation analogique des boîtes de Picbille par un rectangle et des jetons par un rond permet à ces élèves de disposer d'un signifiant intermédiaire pour ce passage :

10 + 10 + 10 + 3 c'est

La représentation de la quantité par le dessin permet de considérer le nombre écrit comme un tout dans les deux formes d'écriture (additive et chiffrée) sans supprimer pour l'enfant la possibilité de dénombrer la collection élément par élément. C'est cette équivalence qui autorise l'élève à énoncer « trois dizaines » et « trois unités » et l'aide à écrire « 33 » même si le mot « trente trois » n'est pas évoqué pour autant. Nous profitons de cette remarque pour souligner que les mathématiques sont une connaissance qui se communique le plus souvent par écrit. Nous optons donc pour une démarche qui, dans le domaine de l'utilisation du nombre pour faire des calculs, privilégie l'écriture plutôt que l'oral.

En conclusion, un enfant peut avoir accès au nombre par estimation visuelle, par comptage, par répétition orale, par lecture ou par écriture, mais ce nombre n'est opérationnel que s'il représente pour l'enfant une quantité précise. Il est fondamental de comprendre cette caractéristique du nombre pour avoir ensuite accès au calcul.

Les raisonnements arithmétiques

Les principales fonctions du nombre sont constituées par les capacités à évaluer et à mémoriser une quantité, à égaliser plusieurs quantités, à les comparer et à les transformer (c'est-à-dire à réunir, à ajouter, à retirer, etc.). Ce sont ces fonctions qui donnent du sens aux nombres : les enfants construisent un outil, le nombre, de telle sorte qu'il serve à résoudre des situations de façon plus efficace et plus économique que s'ils ne disposaient que des collections. Ce nombre permet de prévoir et de remplacer les actions sur les objets réels, évitant ainsi de les réaliser effectivement. Par exemple, le calcul de (25 + 65) permet d'obtenir le résultat plus rapidement qu'en effectuant le dénombrement des collections. De plus, le calcul autorise la résolution d'une situation de réunion même dans le cas où les objets ne sont pas présents.

<u>L'exemple de l'addition</u>

Les jeunes enfants vers 4 ou 5 ans, conçoivent spontanément l'addition comme une quantité qui s'accroît (et la soustraction comme une quantité qui décroît) : s'ils ont 2 bonbons et que leur maîtresse leur donne un bonbon supplémentaire, ils savent éventuellement trouver combien ils en possèdent « au bout du compte ». L'égalité mathématique correspondant à la solution de ce problème est :
2 + 1 = 3.
Réunir deux collections d'objets A et B et compter les éléments de la réunion de ces collections ($A\cup B$) est un acte de comptage. Prévoir ce résultat sans la présence de collections est un acte de calcul; on utilise dans ce cas, la loi mathématique Card AUB = Card A + Card B si Card ($A\cap B$) =$\emptyset$. Or, on constate que très jeune, l'enfant est capable d'effectuer des problèmes additifs ou soustractifs faisant intervenir des petites quantités sans qu'il y ait eu un quelconque apprentissage du concept d'addition, ni du symbolisme arithmétique (« + », «-», ou « = »). Au demeurant, l'enfant qui énonce « 2 et 2, ça fait 4 » sera dans l'impossibilité d'expliquer la procédure mise en œuvre. Il utilise un savoir partiel, appliqué à la tâche d'addition avant sa généralisation, c'est-à-dire, ce que G. Vergnaud appelle un théorème-en-acte : cette règle implicite employée par l'enfant se traduit, par exemple, par une justification du type « j'ai trouvé dans ma tête ».

Pour résoudre le problème additif posé correspondant à la réunion de deux collections, l'enfant peut mettre en œuvre plusieurs raisonnements comme diverses procédures de comptage ou de calculs.

Différents comptages

Par exemple, pour effectuer 2 + 3, il peut compter les éléments des collections de plusieurs façons.

- Comptage de la totalité des éléments après réunion effective des deux collections :

1, 2, 3, 4, 5

- Tout compter en commençant par le premier terme

1, 2 3, 4, 5

- Compter à partir du premier terme

2 puis 3, 4, 5

- Tout compter en commençant par le plus grand des deux termes

1, 2, 3 4, 5

- Compter à partir du plus grand des deux termes

3 puis 4, 5

Différentes règles de calcul

Calculer, c'est mettre en relation des quantités, directement à partir de leurs représentations numériques, en évitant le recours aux collections « physiques ». Le calcul se distingue ainsi du comptage.

Les règles élémentaires et privilégiées du calcul sont :

- la règle des doubles

3 + 3 = 6 et 4 = 2 + 2

- la règle n + 1

Pour ajouter 1 à un nombre, on prend le suivant dans la comptine.

6 + 1 = 7 ou 5 = 4 + 1

- la règle n + 5

5 + 1 = 6   et   7 = 5 + 2

- la règle n + 10

10 + 2 = 12 et   15 = 10 + 5

L'utilisation conjointe des deux premières règles permet d'effectuer le calcul 3 + 4 :

3 + 4 = 3 + 3 + 1 = 6 + 1 = 7

L'utilisation conjointe de la deuxième et la quatrième règle permet d'effectuer le calcul 9 + 3 :

9 + 3 = 9 + 1 + 2 = 10 + 2 = 12

11 + 3 = 10 + 1 + 3 = 10 + 4 = 14

L'entraînement régulier à l'utilisation conjointe de ces principales règles de calcul permettra à l'enfant, petit à petit, de se constituer en mémoire à long terme, ce qu'on appelle les « faits numériques » c'est-à-dire d'énoncer directement, par exemple, le résultat d'une addition : 3 + 6 c'est 9.

Des difficultés d'apprentissage

On visera à expliciter ces fonctions et à faire prendre conscience aux enfants de l'intérêt des outils numériques, en leur proposant d'aborder ces notions dans des situations qui leur donnent du sens, c'est-à-dire dans des résolutions de problèmes. Lorsqu'on propose aux enfants dysphasiques des problèmes oraux mettant en jeu de petites quantités, donc des nombres bien connus, on ne note pas de déficit particulier (Cimete,1995 ; F.Duquesne, 1998 ; C. Charron, F. Duquesne, M.-H. Marchand, C. Meljac, 2001). Par contre, le calcul mental et la récupération des faits numériques sur des nombres plus importants, comme par exemple la mémorisation des tables de multiplication, sont nettement plus problématiques en général. De même, l'algorithme de l'addition de nombres à deux chiffres et plus encore de la soustraction sont souvent méconnus. Là encore, les erreurs révèlent une mauvaise connaissance du système de numération et de son pivot, le changement d'unité.

Des aides pédagogiques

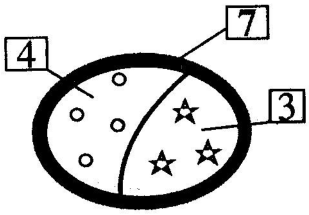
Pour essayer d'améliorer les capacités de ces élèves dans le domaine de la mémoire des quantités et de leur mise en relation, on peut s'appuyer sur leurs bonnes performances dans le dénombrement et l'utilisation de représentations analogiques. On utilise de nombreux supports au calcul comme les dessins, le matériel de Brissiaud, le boulier, les files numériques avec curseur..., pour représenter sous différentes formes les situations et les quantités mises en relation.

Par exemple, considérons le problème additif suivant : *Pierre a 4 bonbons, sa mère lui en donne 3 autres. Combien en a-t-il en tout ?*

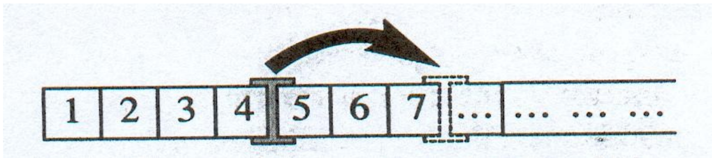
Face à un tel énoncé, un élève expert mobilise directement la représentation la plus opérationnelle pour résoudre le problème, c'est-à-dire le modèle le plus général, à savoir l'addition 4 + 3. Par contre, un jeune enfant commence par rester dépendant du contexte : il a tendance à vouloir dessiner la situation, par exemple, un petit garçon et sa mère ainsi que les billes, avec plus ou moins de détails qui limiteront par là l'opérationnalisation de cette représentation.

Petit à petit, on l'amène à « déshabiller » le problème en l'aidant à prendre en compte les informations numériques. L'enseignant peut proposer alors aux élèves dysphasiques plusieurs types de représentations :

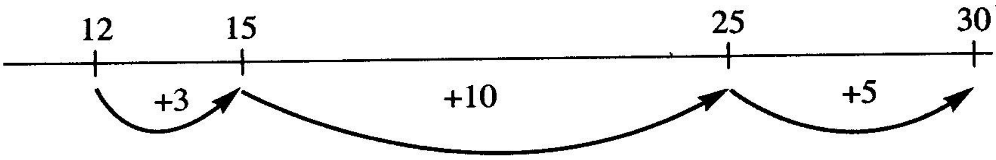
- les diagrammes ensemblistes plus ou moins abstraits (certains dessinent les éléments des parties, d'autres leur attribuent des étiquettes numériques)



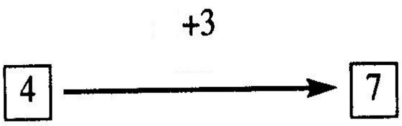
- les files numériques constituées de cases dans lesquelles sont inscrits les nombres dans l'ordre de la suite numérique avec un curseur ou une fenêtre qu'on peut déplacer d'un certain nombre de cases



- les points placés sur une droite ; on peut indiquer tous les nombres de la suite ou seulement ceux qui interviennent pour le problème



- les schémas généraux différenciant les états et les relations (voir le paragraphe sur les problèmes additifs)



- les écritures numériques qui constituent la représentation la plus opérationnelle et la plus abstraite à laquelle doit aboutir le raisonnement.

4 + 3 = 7 ou 30 – 12 = 18

Ainsi, il nous semble pertinent de proposer à ces élèves différents systèmes mathématiques pour représenter les situations autrement que par le biais du langage naturel oral. L'enjeu pédagogique consiste alors à permettre aux élèves de reconnaître l'équivalence de ces différents registres de représentation.

La résolution de problème

Les maîtres qui enseignent aux jeunes enfants dysphasiques constatent généralement chez leurs élèves d'importantes difficultés dans la résolution de problèmes mathématiques. La plupart du temps, le problème constitue une activité donnée par écrit. Ce n'est pas un texte informatif comme une définition ou une propriété, mais il contient une partie informative qui constitue une situation initiale. Ce n'est pas non plus un texte uniquement prescriptif comme une consigne mais il contient une partie prescriptive qui représente une situation finale c'est-à-dire un but à atteindre. Celle-ci se présente sous la forme d'une question ou d'une injonction. La partie informative peut prendre diverses formes, comme le récit d'une petite histoire dans les énoncés d'arithmétiques de l'école primaire en se rapprochant alors d'un texte de style narratif. Cependant, en ce qui concerne son rapport au réel, l'énoncé fait référence à des situations fictives qui sont présentées comme des situations réelles : les informations ne sont que des « pseudo-informations » ! Ainsi, le problème est un type de texte particulier, dont l'intérêt ne réside pas dans le contenu de l'énoncé lui-même parce qu'il n'est qu'un prétexte à construire des connaissances et à les utiliser. Trop souvent, les élèves ignorent ce but implicite et ne comprennent pas l'enjeu de cette activité. Par exemple, le lecteur n'est pas sollicité pour porter un jugement ou donner son avis ou les informations peuvent être fausses, l'élève n'a pas à s'en soucier ! La tâche attendue est donc de trouver les moyens, à partir de la situation initiale, d'atteindre le but défini par l'auteur du problème. C'est le raisonnement qui permet d'accroître l'information initiale en produisant de nouvelles informations à partir de celles qui sont déjà connues pour aboutir à celles qui sont demandées. Cependant, l'activité de raisonnement mise en œuvre lors de la résolution de problèmes est « une activité non automatique, consciente et contrôlée, qui a pour caractéristiques d'imposer une charge cognitive souvent importante et de s'accompagner d'erreurs fréquentes » (M. Fayol, 1990). En effet, cette compréhension s'appuie d'abord sur une analyse des données mais ne se réduit pas à un décryptage à partir duquel chaque information sera traitée isolément pour répondre à la question. Cette analyse repose sur un processus complexe d'interprétation qui vise à construire une représentation du problème selon trois composantes : l'interprétation de la situation initiale, celle du but à atteindre et celle des actions autorisées pour relier une situation à l'autre. Dans la pratique, comprendre la situation qui est décrite, comprendre la tâche exacte qui est attendue, et essayer de se servir des éléments de l'énoncé, sont des objectifs complémentaires que l'élève doit toujours avoir à l'esprit, c'est-à-dire, qu'il doit être capable de les poursuivre en parallèle.

Le repérage des informations

Ce processus de compréhension du problème débute dès la lecture de l'énoncé. En effet, lire un énoncé c'est déjà commencer à construire une représentation qui va évoluer au cours de la recherche pour devenir de plus en plus proche d'un modèle de résolution. Cette première phase au cours de laquelle l'élève doit pouvoir évoquer la situation nécessite des compétences linguistiques. Un travail spécifique dans le domaine langagier est donc inévitable avec ces élèves. Or, si la lecture des énoncés est indispensable en mathématiques, elle est encore rarement l'objet d'un travail spécifique :

on a tendance à penser qu'il suffit d'attirer l'attention des élèves et de leur conseiller de « bien lire » le texte ou même de le « relire ».

Des difficultés d'apprentissage

En premier lieu, il nous semble incontournable d'apprendre aux élèves à distinguer les informations données de celles qu'il cherche, c'est-à-dire à discriminer le « faire » attendu, du contexte dans lequel a lieu ce « faire ». Or, pour établir cette partition, nous pensons qu'il faut leur donner des indices permettant d'effectuer ces repérages de façon méthodique.

En ce qui concerne **la consigne**, son expression utilise des phrases interrogatives comme « combien reste-t-il ? » mais aussi des verbes à l'infinitif « construire la médiatrice de [AB] », à l'impératif « trace une droite D » ou « placez un point A sur la droite », au futur et la deuxième personne du singulier ou du pluriel : « tu calculeras », « vous tracerez »…

Nous pensons utile d'aider les élèves à distinguer **les questions**. Reconnaître une question c'est d'abord identifier un énoncé qui présuppose une réponse de type oui/non. D'autre part, des indices peuvent signaler une interrogation directe comme le point d'interrogation, des termes comme « combien » « quel ». Des énoncés comme « que peut-on dire de… » formulent une question directe mais ne donnent pas d'indications sur le domaine de connaissances concerné ou sur les propriétés attendues.

Dans le but de favoriser la reconnaissance des **consignes de nature injonctive**, nous les incitons à distinguer les verbes qui désignent quelque chose, de ceux qui indiquent une tâche à effectuer. Diverses actions sont attendues qu'on peut dénombrer, recenser et catégoriser : les verbes d'actions qui demandent un dessin (tracer, dessiner, marquer, construire…) ou ceux qui réclament un calcul (effectuer, calculer, développer, réduire, simplifier…). Au niveau de la forme de ces verbes d'actions, on peut identifier les infinitifs et les impératifs.

On peut aussi jouer sur la place de la consigne dans l'énoncé : des travaux ont montré que lorsque la consigne est donnée en début du problème, le taux de réussite dans la résolution est nettement augmenté (M. Fayol, 1990). Le fait de devoir attendre la fin de l'énoncé pour connaître ce qui est attendu, entraîne un accroissement du nombre de traitements et une surcharge de la mémoire de travail.

Ensuite, du fait que, ce qui n'est pas dans la consigne constitue les données, le repérage des informations devient plus aisé. Les aides vont chercher alors à développer chez les élèves des stratégies d**'analyse du support informatif.** Pour les aider à mieux identifier les **références contextuelles** d'un problème**,** notre travail peut intervenir sur deux plans : un plan pragmatique sur lequel on pourra, par exemple, expliciter ou non le rôle des deux acteurs que met en place l'énoncé (le lecteur et l'auteur) et un plan du scénario dans lequel s'inscrivent la succession des actions et la mise en scène choisies par l'auteur, pouvant renvoyer les élèves à des connaissances extra scolaires du monde. Des activités susceptibles de favoriser cette distinction peuvent être de leur soumettre des énoncés variés, en jouant sur la familiarité ou la nouveauté des situations, en jonglant avec la plus ou moins grande facilité à les mettre en scène, en travaillant sur l'aspect plus ou moins implicite des références … On sait que les énoncés sont d'autant mieux compris qu'ils font référence à des situations familières (M. Fayol, 1990). Ainsi, on peut leur faire vivre des situations en classe qui servent ensuite de support à la résolution d'un problème dont l'énoncé évoquera cette situation : la représentation du contexte se fait alors plus facilement car celui-ci concerne un domaine connu de tous les élèves.

Un travail particulier peut être fait **au niveau lexical** pour comprendre **l**es termes spécifiques qui désignent les objets mathématiques (comme les noms de nombres) ou ceux empruntés à la langue française et qui peuvent présenter des ambiguïtés : par exemple le sommet d'un carré n'est pas toujours orienté vers le haut de la feuille comme le sommet d'une montagne. Au **niveau syntaxique,** pour traduire les relations entre des objets mathématiques, on utilise des phrases construites selon des règles qui doivent être explicitées. La recherche de concision et de précision implique l'utilisation de propositions longues dans lesquelles chaque élément est indispensable et irremplaçable, de formes indéterminées : « on appellera ABC le triangle… », de voies passives : « un triangle est dit rectangle », de propositions complexes : « un quadrilatère dont les côtés sont égaux et qui a quatre angles droits…», de déterminants avec des sens différents : « un carré (au sens général) est un rectangle (particulier) ». En outre, une phrase mathématique se caractérise par la nécessité de pouvoir lui attribuer une valeur de vérité : « une droite parallèle à D passant par le point A » n'est pas une phrase correcte au contraire de « D et D' sont parallèles ».

Des aides pédagogiques

Avec des enfants dysphasiques, chacune de ces particularités devrait faire l'objet d'un apprentissage particulier sans être combinée à d'autres paramètres qui interviennent dans la résolution d'un problème, comme la difficulté du contenu et du traitement mathématiques, ou le nombre de pas de résolution, ou encore la longueur des pas du raisonnement… C'est pourquoi, nous proposons de mettre en place des activités axées systématiquement sur l'étude des caractéristiques des textes de **problèmes déjà résolus**. En effet, il nous semble souhaitable de dissocier la résolution de problèmes pour lesquels les élèves ne disposent pas de moyens connus de résolution, d'avec l'analyse de la forme et de l'habillage des énoncés. Par exemple, on peut partir d'un problème déjà résolu pour faire subir différentes variations à son énoncé. On peut « jouer » à diversifier son contexte pragmatique, son scénario, les nombres en jeu, l'ordre dans lequel sont présentées les données, la structuration du texte… On peut aussi proposer de changer la forme de présentation des informations en utilisant un autre support, un tableau, un schéma, un dessin, ou un graphique et en leur apprenant à passer d'une modalité à l'autre. Ensuite, toujours à partir de problèmes résolus, on fournit aux élèves des énoncés dont une partie manquante doit être complétée : la question ou une donnée doivent être retrouvées en liaison avec la solution.

Le traitement des informations

Il nous semble important de souligner toutefois, que les caractéristiques linguistiques d'un énoncé de problème ne sont jamais indépendantes des caractéristiques conceptuelles de la situation. La compréhension des relations qui entrent en jeu dans une situation problème donnée revient à prendre conscience des ressemblances et des différences. Pour identifier ces caractéristiques conceptuelles de la situation l'élève doit activer des procédures connues pour atteindre le but dans un contexte qu'il juge proche ou similaire : il raisonne par analogie en mettant en œuvre des heuristiques qui sont des règles générales d'action, indépendantes du contexte du problème. Ces raisonnements supposent d'une part que la présentation du problème lui permette de mobiliser ses connaissances dans le domaine concerné. Nous avons vu dans le paragraphe précédent comment cette présentation peut être rendue plus accessible aux élèves dysphasiques. D'autre part, l'élève doit disposer **de modèles et d'outils de modélisations** qui ne sont rien d'autre que les concepts mathématiques eux-mêmes et la connaissance de leurs propriétés. En effet, pour que la représentation du problème que l'élève s'est construite soit opérationnelle, il faut que celui-ci puisse la schématiser et la résoudre en travaillant sur ce modèle. La construction de modèles est à la base de toute méthode scientifique et représente une des composantes fondamentale de la démarche mathématique. Dans la résolution de problèmes, le modèle simplifie la situation et permet d'agir sur celle-ci. Au stade des apprentissages fondamentaux, les modèles les plus fréquents se réduisent aux quatre opérations et l'action sur ces modèles se ramène à leur traitement algorithmique.

Or dans l'enseignement des problèmes de mathématiques, on a souvent tendance à faire passer l'élève directement d'un déchiffrage de l'énoncé à un traitement algorithmique déclenché par des automatismes, c'est-à-dire à une formalisation qui n'a pas été construite par lui comme une représentation opérationnelle du problème. C'est pourquoi, pour favoriser ce processus d'élaboration d'un modèle il est si important que les concepts et les savoirs mathématiques soient enseignés, non pas comme de simples formules, mais comme des outils servant à modéliser des problèmes.

Pour aider les élèves dysphasiques à identifier des catégories de problèmes qui peuvent leur servir de référence face à un problème dont le modèle ne leur est pas connu, on va chercher à leur donner des repères d'ordre structurel qu'on leur représentera sous forme visuelle à l'aide de schémas ou de tableaux. Pour illustrer ce processus nous avons choisi de prendre l'exemple des problèmes additifs puisque dès les premiers apprentissages leur résolution entre en scène en classe de mathématique.

<u>L'exemple de la résolution de problèmes additifs et soustractifs</u>

La conception simple de l'addition comme une quantité qui s'accroît implique des compétences limitées puisque toutes les situations d'addition ne se réduisent pas à ce cas de figure.

Si on compare les deux problèmes suivants :

Enoncé n° 1 : « J'avais 2 billes ce matin et j'en ai gagné une autre ce soir. Combien ai-je de billes maintenant ? »

Enoncé n° 2 : « J'ai perdu une bille ce matin et j'en possède 2 ce soir. Combien avais-je de billes ce matin ? ».

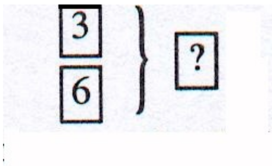
Pour un jeune enfant , le problème n° 2 est plus difficile à résoudre que le n° 1 bien que le résultat soit donné par la même opération : 2 + 1 = 3.

G. Vergnaud distingue six grandes catégories de problèmes qui se résolvent à l'aide d'additions et de soustractions, en faisant appel à trois types principaux de concepts, à savoir, les états, les transformations temporelles et les relations statiques. Nous ne donnerons ici que des exemples de trois structures, les plus courantes dans les premiers apprentissages, et nous conseillons aux lecteurs intéressés de consulter le livre du maître qui accompagne le fichier du « Moniteur de Mathématiques » (1997) dans lequel toutes les catégories sont décrites.

Deux états se composent pour donner un état

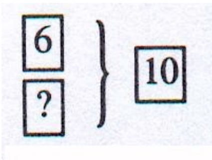
Il s'agit d'une composition statique qui relie des éléments simultanés : les parties et le tout.

Exemple 1: Marc a 6 biscuits au chocolat et 3 à la fraise. Combien en a-t-il en tout ?



Egalité correspondant à la réponse : 6 + 3 = 9

Exemple 2 : Marc a 6 biscuits au chocolat et il a 10 biscuits en tout. Combien en a-t-il à la fraise ?



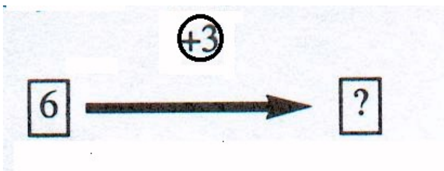
Egalité correspondante : 6 + 4 = 10

Suivant la place du nombre sur lequel porte la question, on opère avec une addition ou avec une soustraction de nombres entiers naturels.

Une transformation opère sur un état initial pour donner un état final

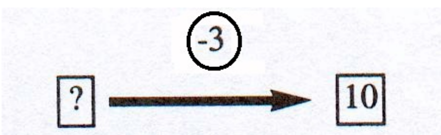
C'est une composition dynamique qui relie des éléments en faisant intervenir une composante temporelle.

Exemple 1 : Marc avait 6 biscuits. Sa mère lui en donne 3. Combien en a-t-il maintenant ?



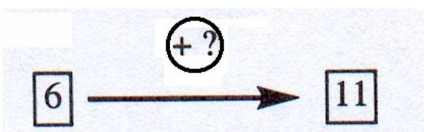
Egalité correspondante : 6 + (+3) = 9

Exemple 2 : Marc a des biscuits. Il en donne 3 à sa mère. Maintenant, il en a 10. Combien en avait-il avant?



Egalité correspondante : 13 + (-3) = 10

Exemple 3 : Marc avait 6 biscuits. Il en a maintenant 11. Combien sa mère lui en a-t-elle donnés ?



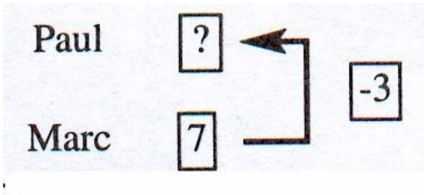
Egalité correspondante : 6 + (+5) =11

On remarquera que les égalités font intervenir à la fois des entiers naturels (les états) et des relatifs (les transformations). Il s'agit ici de transformations avec, soit recherche de l'état final (exemple 1), soit recherche de l'état initial (exemple 2), soit recherche de la transformation (exemple 3). Les résolutions de ces problèmes ne présentent pas le même niveau de difficulté, celle de l'exemple 1 étant la plus facile.

Une comparaison relie deux états

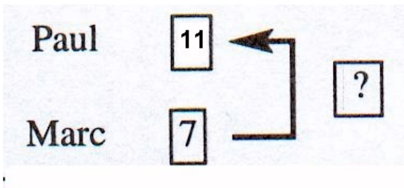
Il s'agit d'une relation statique.

Exemple 1 : Marc a 7 biscuits. Paul en a 3 de moins. Combien Paul a-t-il de biscuits ?



Egalité correspondante : 7 + (-3) = 4

Exemple 2 : Marc a 7 biscuits. Paul a 11 biscuits. Combien Paul a-t-il de biscuits de plus que Marc ?



Egalité correspondante : 7 + (+4)   = 11

On peut remarquer que les entiers naturels dans les carrés indiquent des états, les entiers relatifs dans les ronds, suivant leurs signes, représentent des transformations ou des relations positives ou négatives : augmentation/diminution, gain/perte, « de plus/de moins »...

Des difficultés d'apprentissage

En ce qui concerne la résolution des problèmes à structure additive, il arrive souvent qu'on propose aux élèves des classifications qui sont peu opérantes dès qu'ils atteignent le cycle 3. Une des méthodes avancée par de nombreux manuels consiste à choisir l'opération qui solutionne le problème comme critère de classement. Ainsi, si on sait à quelle opération correspond le problème, on sait à quelle catégorie il appartient et donc on peut le résoudre. L'élève est alors ramené à la délicate tâche de trouver « la bonne opération ». Ces méthodes fonctionnent comme de véritables pièges. On incite les élèves à s'appuyer sur des indices de surfaces qui consistent à des mots inducteurs à une opération arithmétique. Par exemple, les termes « de plus », « gagner », indiqueraient une addition ou ceux comme « différence », « il reste », « perdre », constitueraient des indices pour choisir une soustraction. Ou encore, on cherche à faire croire aux élèves que ce qui est le plus important dans le problème c'est ce qu'il faut taper sur la calculette ! Du fait qu'on ne leur propose que des exemples qui confirment la règle, on renforce ainsi chez les élèves l'utilisation de raisonnements dont la portée est

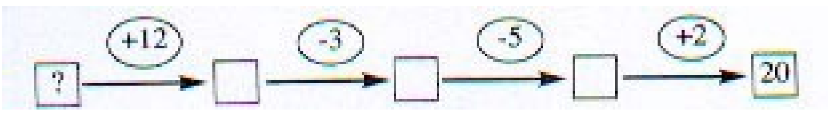
très limitée. Souvent, face à ce genre d'activités, on peut observer des réussites d'élèves qui révèlent par ailleurs un raisonnement faux.
La conception sous-jacente à ces activités de classements de situations tente de faire coïncider les opérations arithmétiques et les opérations de pensée. Or nous avons vu précédemment que ce n'est pas vrai dans toutes les situations de type additif ou soustractif.

Des aides pédagogiques

Nous proposons aux élèves dysphasiques des stratégies de catégorisation des situations en fonction des caractéristiques des structures citées précédemment : réunion de parties en un tout, transformation (ajout ou retrait) ou relation de comparaison entre deux quantités.
Ces différentes catégories se rapportent à des raisonnements et c'est **une classification des raisonnements** que nous devons essayer de faire construire à ces élèves. Il s'agit alors, devant un problème à résoudre, non plus de chercher quelle opération il faut employer ou sur quelles touches de la calculatrice il faut taper, mais de raisonner pour trouver s'il s'agit d'une transformation, d'une réunion ou d'une comparaison. Notre action pédagogique vise alors à guider les élèves, petit à petit, dans l'élaboration de ces catégories et dans l'explicitation de leurs caractéristiques conceptuelles.
On s'attache d'abord à leur faire comprendre les différences entre un état et une transformation ou entre un état initial et un état final. Ensuite on cherche à spécifier avec les élèves la relation qui existe entre une transformation directe et la transformation réciproque. Par exemple, « augmenter de 5 » ou « gagner 5 » ont pour transformations réciproques « diminuer de 5 » ou « perdre 5 ». Dans les problèmes de comparaison, il est utile de travailler la distinction entre le référé et le référent ainsi que le caractère inverse des relations quand on permute le référé et le référent. Par exemple, si « Pierre a 3 billes de plus que Paul » alors « Paul a 3 billes de moins que Pierre ». Nous avons souvent remarqué que les enfants dysphasiques éprouvaient de grandes difficultés pour identifier et distinguer les référents et les référés.
Les mots inducteurs vont dans ce cas servir à distinguer les structures les unes des autres. Par exemple, pour distinguer une transformation d'un état, on est amené à différencier les verbes d'action de ceux qui indiquent un état. Les couples gain/perte, augmenter/diminuer, avancer/reculer, monter/descendre, ne spécifient plus une addition ou une soustraction mais aident à reconnaître une transformation. De plus, dans ces derniers problèmes, les adverbes ou locutions adverbiales donnent des indications temporelles comme : avant/après, au début/à la fin, hier/aujourd'hui, d'abord /ensuite. De même, l'opposition des temps des verbes présent/futur, passé/présent, permet de distinguer les états initiaux et finaux. Pour identifier une comparaison, les expressions « de plus » ou « de moins » signalent, non pas une addition ou une soustraction, mais une opération mentale de mise en relation de deux éléments.

<u>Un exemple d'utilisation de schémas pour résoudre un problème de type additif</u>

La mémoire des problèmes qu'un élève a déjà rencontrés l'aide à se représenter un problème nouveau. Cette mémoire se forme à partir des différentes situations auxquelles nous le confrontons afin qu'il perçoive des analogies entre ces cas. Le nombre important de problèmes différents dont la structure est isomorphe ou proche qu'on propose aux élèves est un facteur déterminant pour les aider à établir ces analogies. Or, les schémas améliorent la mise en mémoire de l'expérience acquise à propos de certains problèmes, et leur utilisation nous semble une piste de travail particulièrement pertinente avec des élèves dysphasiques. En effet, ce sont des objets structurés qui permettent à la fois l'assimilation rapide d'un problème à une catégorie, ainsi que la récupération de l'expérience correspondant à sa résolution. Les représentations schématiques sont des moyens pour aider les élèves dysphasiques à identifier et à différencier les diverses sortes de relations et donc les différents raisonnements possibles. **Les schémas visualisent les différentes structures et leurs caractéristiques** aidant ainsi les élèves à appréhender globalement les situations, sans faire appel uniquement à des repères d'ordre linguistique. Par la simplification des situations qu'ils opèrent, les représentations schématiques favorisent la sélection de l'information pertinente et seulement celle-là tout en représentant les différentes étapes du raisonnement. De plus, les schémas autorisent l'invention de problèmes par les élèves : à partir d'une grille ils peuvent imaginer un contexte dont ils connaissent les caractéristiques mathématiques comme par exemple, une structure de type additif.
Enfin, ils fournissent des **modes de représentation plus généraux** et plus abstraits donc plus facilement adaptables et transférables à d'autres situations. Les représentations sont épurées des différents habillages et contextes favorisant ainsi un traitement et une résolution plus efficaces. Leur utilisation permet un passage à l'action plus rapide et plus performant.
Par exemple, les schémas caractérisant les structures additives peuvent constituer des modèles qui allègent le traitement algorithmique des problèmes : les calculs se pratiquent directement à l'aide des représentations schématiques.
Nous proposons un problème de cycle 3 dont la structure est une composition de transformations.
Enoncé : Samedi, Pierre achète 12 billes puis il en perd 3 à l'école le lundi et il en perd 5 le mardi, le mercredi il en gagne 2 et le jeudi il fait le compte de ses billes : il en trouve 20. Combien en avait-il samedi ?

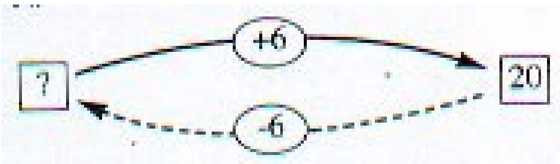


A partir du même schéma, plusieurs traitements arithmétiques sont possibles. Nous explicitons quelques uns de ces raisonnements :

- on compose les relations de gauche à droite et on applique la transformation réciproque :

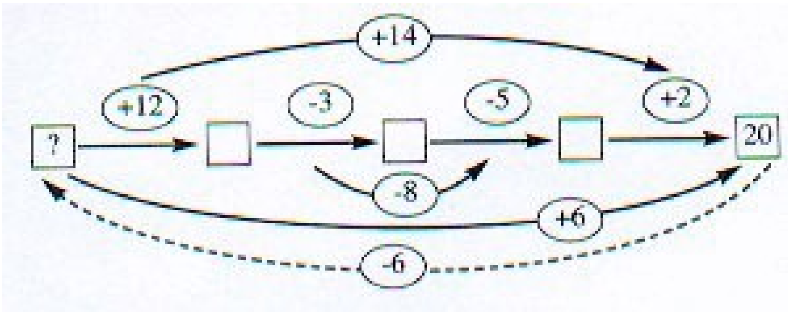
soit deux à deux 12 - 3 = 9, 9 - 5 = 4, 4 + 2 = 6.
soit globalement dans un calcul algébrique + 12 - 3 - 5 + 2 = + 6.

La transformation inverse est - 6, on applique alors à l'état final cette transformation pour trouver l'état initial, soit 20 - 6 = 14.



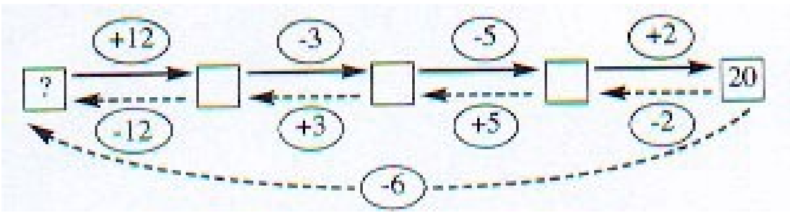
- on compose les relations positives et les relations négatives séparément puis ensemble :

12 + 2 = 14 et 3 + 5 = 8, donc 14 - 8 = 6. Ensuite, de la même manière on applique la transformation réciproque à l'état final : 20 – 6 = 14.



- on prend successivement les transformations réciproques de chacune des transformations et on applique à l'état final la composée de ces nouvelles transformations :

2 + 5 + 3 –12 = - 6 et 20 – 6 = 14.



Il existe donc une très grande diversité des procédures de traitement liées à ce schéma qui présentent l'avantage d'être plus faciles à mettre en œuvre puisqu'elles évitent de recourir au contexte. En effet, reprenons la première procédure et replaçons-la dans son contexte réel : il gagne 12 billes et en perd 3, ce qui revient à en gagner 9 puis il en perd encore 5, donc il lui en reste 4 et comme il en gagne 2, au total il en gagne 6. Puisqu'il en a 20 au final, pour trouver ce qu'il avait au début il faut lui retirer ce qu'il a gagné, donc il en avait 6 de moins que 20, soit 14.

Cet exemple illustre bien le rôle important du langage qui accompagne le déroulement du raisonnement et la charge cognitive qu'il suscite. La schématisation et le raisonnement algorithmique dispensent les élèves dysphasiques de cette verbalisation de contrôle.

Il est cependant indispensable de concevoir cette aide par les schémas dans le cadre d'une pratique pédagogique qui favorise l'élaboration progressive par les élèves eux-mêmes de représentations de plus en plus modélisées et non pas comme une formalisation assignée à une catégorie spécifique de problèmes que les élèves appliqueraient automatiquement sans mettre en œuvre de raisonnement.
En résumé, il nous semble qu'un outil de modélisation comme un schéma donne aux élèves dysphasiques des possibilités de structuration simplifiée sous la forme d'un modèle général et opérationnel, de passage à l'action plus performant, et de contrôle de la représentation plus facile et plus efficace par rapport au but à atteindre.
Au final, pour résoudre un problème, nous avons vu qu'il est nécessaire de se construire une représentation de la situation proposée, puis de la transformer jusqu'à obtenir un modèle, et enfin de traiter le modèle. Au cours de ce type d'activité, le langage joue un rôle important. Il sert à l'élaboration de la première représentation, il accompagne le raisonnement et autorise une planification des actions de l'élève en train de chercher son problème. De surcroît, il est indispensable pour expliciter, justifier et valider un raisonnement.

Conclusion

Nous avons vu que « lire et écrire » sont des modalités du travail mathématique. Cependant, il ne s'agit pas de réduire les mathématiques à un langage car les mathématiques sont une connaissance. Le langage fait partie de la connaissance mathématique elle-même et son acquisition constitue un aspect important de la formation des connaissances. Nous en avons vu quelques exemples dans le domaine de la numération, dans celui des raisonnements arithmétiques et dans la résolution de problèmes. D'où l'importance de ne pas traiter les particularités langagières en dehors du contexte des activités mathématiques qui leur donnent tout leur sens. C'est pourquoi nous appuyons notre démarche pédagogique sur une analyse de l'élaboration des notions mathématiques empruntée au courant de didactique.
En premier lieu, le processus de conceptualisation en mathématiques, consiste en une prise de distance par rapport au réel par le biais des représentations qui permettent l'évocation des objets en leur absence donc un passage du percept au concept. Ainsi, le chemin qui conduit les jeunes enfants de la perception des quantités physiques aux représentations numériques illustre cette nécessaire évolution pour construire le concept de nombre.
D'autre part, la construction de la signification d'une connaissance mathématique peut s'envisager à deux niveaux. Un premier niveau, dit externe, tend à déterminer quel est le champ d'utilisation de cette connaissance et quelles sont les limites de ce champ. Ce sont les résolutions des situations-problèmes qui permettent cette utilisation du nouvel objet mathématique : le concept est alors appréhendé en tant qu'outil. Un autre niveau de connaissance, interne, consiste à comprendre comment fonctionne un outil et pourquoi il fonctionne : le concept est alors étudié en tant qu'objet. C'est la dialectique entre ces deux aspects qui permet aux apprenants de généraliser le concept et d'accéder à sa signification. Or, la nominalisation du savoir par le biais d'un registre de signifiants,

contribue fortement à la transformation d'un concept outil en objet de savoir. Ainsi, en ce qui concerne le nombre, nous avons vu l'importance de la désignation des quantités pour comprendre le système de numération et les règles de calcul.

En outre, pour accéder au sens de l'addition, il est à la fois nécessaire de savoir résoudre des problèmes additifs, de pouvoir nommer l'opération à l'aide du langage verbal et de l'écriture symbolique, d'en connaître les propriétés, de savoir effectuer un calcul additif mentalement, par écrit ou à l'aide d'une calculatrice. Ainsi, de façon générale, la construction des concepts mathématiques est fondée sur plusieurs compétences. D'une part, l'ensemble des problèmes que cet objet sert à résoudre et les procédures qu'il permet de remplacer avantageusement, lui donne son sens et en constitue la référence. D'autre part, les invariants formés par l'ensemble des règles implicites ou explicites qui organisent la conduite de résolution, en construisent le signifié. Enfin, les aspects langagiers ou non langagiers (tableaux, schémas, graphique, symboles…) qui désignent les objets, définissent les relations et expriment leurs propriétés, en sont le signifiant. Ainsi, en mathématiques comprendre un concept c'est être capable de mettre en relation son domaine de référence, son signifié et différents signifiants.

Tout au long de ce processus de conceptualisation, les enfants dysphasiques peuvent être amenés à rencontrer des difficultés. Leur déficit langagier peut contredire la progression de ce processus à différents niveaux.

Au niveau de la construction du signifié, un encodage linguistique incorrect ne favorise pas la formulation et la discrimination des similitudes ou des différences et rend précaires les possibilités d'extraire et d'isoler les invariants pertinents. De même, au niveau logique, la propension de ces enfants à se focaliser sur les différences et les particularités d'une situation peut nuire à la reconnaissance de caractères invariants dans les situations ou dans les conduites de résolution, ainsi qu'à leur généralisation.

En ce qui concerne la constitution de la référence, nous avons souligné les difficultés des élèves dysphasiques à résoudre des problèmes et à se constituer des classes de situations. Ils peinent à évoquer la situation et à s'en construire une représentation de par le barrage que constitue la compréhension linguistique des énoncés. De plus, ils peuvent être gênés pour accéder à la structure du problème du fait de leurs difficultés à évacuer les informations non pertinentes et à extraire celles qui sont essentielles pour modéliser la situation.

Enfin, sur le plan des signifiants, la non maîtrise du langage oral ainsi que ses incidences dans les activités de lecture et d'écriture les privent d'un mode de représentation des connaissances mathématiques impliquant souvent des conséquences lourdes dès les premiers apprentissages.

Pourtant, il nous semble que dans tous les cas, pour affronter ces difficultés, il est nécessaire de rendre à l'enfant dysphasique accès au sens des notions mathématiques, en l'aidant à comprendre la raison d'être de celles-ci et leur articulation. Cette démarche suppose de procéder à une analyse fine des erreurs et de replacer les activités dans une situation fonctionnelle.

Pratiquement, pour aider ces enfants à extraire des caractéristiques et des règles de conduite générales, nous insistons sur la diversité : diversité des situations, diversités des procédures, diversités des registres de signifiants. Nous choisissons de favoriser l'action et l'expérimentation sur des situations concrètes, tout en les incitant systématiquement à prendre de la distance par rapport à l'action pour établir et formuler des règles générales ainsi que pour installer des méthodes d'organisation de leur travail. Enfin, nous privilégions l'utilisation de registres visuels de représentations comme des schémas, des tableaux ou des graphes pour leur permettre de structurer leurs connaissances et d'accéder au symbolisme.

Il ne s'agit pas de généraliser les difficultés scolaires de ces enfants en assimilant leur niveau d'expression qui est pour la plupart très médiocre, à celui de leur compréhension qui est souvent bien meilleur. D'autre part, nous n'avons envisagé ces difficultés que dans les premiers apprentissages. Il faudrait étudier sur le long terme les conséquences des troubles du langage oral sur le développement des apprentissages mathématiques. Dans la scolarité secondaire le langage intervient à tous les niveaux dans le raisonnement mathématique mais la place du langage écrit augmente et peut constituer une « béquille » pour ces élèves. En effet, les écritures mathématiques facilitent la décontextualisation des situations, la conservation des résultats intermédiaires et l'organisation des calculs, allégeant ainsi la mémoire de travail des élèves.

Références

BERNARDI (M.) : « L'enfant dysphasique grave : sujet épistémique, sujet clinique », C. Meljac, R. Voyazopoulos, Y. Hatwell, *Piaget après Piaget*, La pensée sauvage, Grenoble, 1998.

CHARRON (C.), DUQUESNE (F.), MARCHAND (M.-H.), MELJAC (C.) : « L'évaluation des conduites numériques des enfants en très grande difficulté », A. Van Hout, C. Meljac, *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant,* Masson, Paris, 2001.

CIMETE : Compétences et incompétences en arithmétique : une aide au diagnostic et à l'action pédagogique particulièrement destinée aux enfants affectés de difficultés sévères d'apprentissage, *ANAE*, n° hors série, janvier 1995.

DUQUESNE (F.) : Compétences en arithmétique : une aide au diagnostic et à l'action pédagogique, *ANAE,* n°49/50, 1998.

DE BARBOT (F.) : Approche de la construction du nombre chez cinq enfants dysphasiques*, ANAE*, n° hors série, janvier 1995.

DEHAENE (S.) : *La bosse des maths*, Edith Jacob, Paris, 1997.

ERMEL : *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, CP (1991), CE1, (1993).

FAYOL (M.) : *L'enfant et le nombre*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel,1990.

GAILLARD (F.), WILLADINO-BRAGA (L.) : « Calcul et langage dans le développement et les troubles de l'apprentissage », A. Van Hout, C. Meljac, *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant,* Masson, Paris, 2001.

GELMAN (R.) : « Les bébés et le calcul », *La Recherche*, 14, 1983.

GERARD (C. L.) : *L'enfant dysphasique*, Editions Universitaires, Paris,1991.

PESANTI (M.), SERON (X.) : *Neuropsychologie du calcul et du traitement des nombres*, Solal, Marseille, 2000.

VERGNAUD (G.) : *Le moniteur de mathématiques*, Hachette Education, Paris, 1997.

VERGNAUD (G.) : « Les apprentissages mathématiques », *ANAE,* n° 49/50, 1998.

YESSAD (Y.) : Problème de la représentation des nombres chez les enfants dysphasiques, *ANAE,* n° 49/50, 1998.