

Ce que l'évaluation des conduites numériques des enfants en grande difficulté nous apprend sur ce qui suscite le développement de la pensée

I.

Camilo Charron, Françoise Duquesne, Marie-Hélène Marchand, Claire Meljac¹

L'objectif de ce chapitre est de proposer, dans une perspective de remédiation, une orientation théorique pour l'évaluation des difficultés en calcul et de présenter l'ECPN (Epreuves Conceptuelles de résolution de Problèmes Numériques).

Pour expliquer les difficultés en calcul, les recherches ont été situées jusqu'à présent dans deux positions théoriques (Charron, 1998 ; Charron, 2002) que l'on oppose le plus souvent :

- ♦ l'une trouve dans l'étude des mécanismes des clefs de compréhension,
- ♦ l'autre se centre sur le rôle des contenus des connaissances.

L'analyse de conduites numériques relevées avec l'ECPN d'enfants atteints de troubles spécifiques montrera que le psychologue gagne à intégrer ces deux positions dans une analyse fonctionnelle du sujet.

¹ Le groupe CIMETE (Compétences et Incompétences, en Mathématiques chez des Enfants présentant des Troubles Exceptionnels) auteur de ce travail comprend aussi : Corinne Bernardeau, Eric Chanet, Renée Collomp, Françoise de Barbot, Christiane Larrère, Michèle Mazeau, Danièle Truscelli, et Gérard Vergnaud.

- **I. Le clivage théorique et méthodologique**

- ***Deux positions dans l'analyse des conduites de calcul***

Abordons tout d'abord, la position du premier courant évoqué. Il est né avec le cognitivisme dont les premiers travaux sur le nombre ont été effectués dans les années soixante-dix (Groen et Parkman, 1972 ; Klahr et Wallace, 1976). Il regroupe maintenant plusieurs approches issues du cognitivisme anglo-saxon (cognitivisme développemental, néoconstructivisme). Il trouve des prolongements dans les neurosciences et les sciences cognitives (Houdé et al, 1998) et jouit aujourd'hui d'une grande audience au sein de la communauté scientifique. Le postulat commun consiste à admettre que le système cognitif peut être perçu comme un système complexe de matière en mouvement (biologique, électro-chimique...), dont le fonctionnement s'apparente à celui d'une machine : l'ordinateur, pour les partisans de la métaphore informatique, ou le réseau de neurones pour ceux de la métaphore neuronale. Elle comporte des contraintes de fonctionnement (vitesse de fonctionnement, capacités limitées, modalités de stockage et d'accès à la mémoire...). et n'est pas toujours bien adaptée pour traiter de l'information ou résoudre des problèmes. Dès lors, une réponse inappropriée provient soit d'un dysfonctionnement dû à une pathologie, soit d'un état immature de la matière. Les concepts quant à eux, correspondent à des états matériels transitoires, qui sont générés et traités par le système sans que jamais les mécanismes n'en soient déterminés.

Trois raisons conduisent les détenteurs de cette position à évacuer le contenu des concepts.

- La volonté de n'utiliser dans l'étude du système cognitif que des notions et des principes compatibles avec ceux des sciences de la nature (Pacherie, 1993). Comme ces sciences n'ont pas besoin des significations pour analyser les organismes vivants ou les phénomènes physiques, celles qui sont produites par le sujet sont considérées comme un épiphénomène.
- La volonté de dégager des modèles généraux du système cognitif. L'intérêt des chercheurs de ce courant se porte en premier lieu sur les fonctions cognitives (la mémoire, l'attention, l'accès aux représentations numériques...) dont on postule l'universalité. Or, les significations, qui renvoient toujours à un référent réel ou imaginaire particulier, apparaissent comme une organisation singulière d'attributs

physiques du système cognitif. Elles présentent pour seul intérêt d'être un prétexte, dans un paradigme donné, à étudier les mécanismes sous-jacents aux fonctions cognitives (activation/inhibition, traitements sémantiques, calculs...).

- Le souci de facilitation de la recherche, qui vise à se limiter à une question dont la complexité reste gérable. Or étudier le contenu des connaissances suppose au contraire de lourdes investigations dans un champ conceptuel (Vergnaud, 1990) pour comprendre la variété des rapports entre les savoirs de référence et les conceptions spécifiques des sujets.

Selon l'autre approche, psychodynamique et d'inspiration multiple (piagétienne, vygotskyenne, ou brunerienne : il existe également une continuité entre le biologique et le mental. Mais le fonctionnement de l'intelligence est déterminé par le contenu des connaissances. Les conduites du sujet deviennent interprétables en tant que réponses à des contextes physiques et sociaux signifiants (Brossard, 1992). Le postulat de base affirme que l'humain se représente le réel pour agir efficacement (Vergnaud, 1985), pour satisfaire des besoins (Piaget, 1936, 1981) vitaux, affectifs, sociaux ou intellectuels. Les conduites du sujet, qu'elles soient, aux yeux d'un observateur, appropriées ou non au problème que le sujet se pose, se décryptent mieux par l'étude du contenu des concepts qui, dans le système interne de significations du sujet sont jugés pertinents, que par celle des fonctions cognitives. Les chercheurs de ce second courant ont sous-estimé la portée des recherches sur les mécanismes cognitifs et leurs contraintes. Et cela pour trois raisons.

- La volonté d'exercer une psychologie humaniste dans laquelle le libre arbitre du sujet, perçu comme un acteur (Bouchard, 1998), joue un rôle prépondérant dans ses activités en interactions avec les contextes.

- L'écho du projet épistémologique de Piaget que plusieurs auteurs reprennent à leur compte. Ils considèrent *a priori* que les contraintes de fonctionnement du système cognitif internes au sujet, n'ont que très peu de rapport avec la reconstruction ou l'appropriation par l'enfant de connaissances qui existent en dehors de lui dans une culture (sujets excentré pour Léontiev, épistémique pour Piaget, social pour Vygotsky). Dans les faits, le terrain d'étude privilégié par les chercheurs de ce courant a été le développement de l'enfant tout-venant, plutôt que celui des enfants présentant des troubles du calcul.

- La faible audience de cette approche dans la communauté scientifique qui conduit certains auteurs à refuser explicitement de faire référence au courant dominant (le cognitivisme anglo-saxon, les neurosciences ou les sciences cognitives), afin de ne pas apporter à ce dernier plus de crédit qu'il n'en a déjà. Si, de prime abord, cette attitude peut apparaître discutable sur le plan scientifique, elle se justifie néanmoins par le fait que le contenu de la connaissance, érigé en objet psychologique digne d'intérêt, a été largement ignoré par le courant dominant. Il devient donc plus difficile de prendre appui sur les travaux de ce courant que ce soit pour l'étayer ou le contredire.

L'évaluation des difficultés en calcul

Pour comprendre les difficultés en calcul en général, on pourrait se contenter d'admettre la coexistence des deux grands cadres explicatifs, sans jamais vraiment ressentir le besoin de lever les éventuelles contradictions qui en découleraient. Mais, si on s'attache à comprendre en particulier les conduites des enfants en grande difficulté et si, de plus, on est face à la nécessité de planifier une remédiation, il devient important de choisir, avec toutes les conséquences que cela comporte pour l'enfant, ce sur quoi portera l'intervention. Doit-on centrer la remédiation sur le développement des mécanismes déficients ou au contraire enseigner les contenus de connaissances manquants ? En dehors de l'administration de médicaments, comme par exemple ceux qui engendrent une meilleure focalisation de l'attention, ou des analyses d'erreurs qui permettent de faire des hypothèses sur les mécanismes cérébraux et les profils cognitifs déficitaires, peu de technologies actuelles permettent d'intervenir directement sur les fonctions cognitives. Les praticiens fondent de fait en grande partie, leurs interventions sur des contenus. Il nous apparaît donc important de prendre en compte les contenus comme point de départ, dès l'étape de l'évaluation. C'est le but que se sont donné les auteurs de l'ECPN (Epreuves Conceptuelles de résolution des Problèmes Numériques, CIMETE, 1995).

- **II. Une évaluation conceptuelle : l'ECPN**

- ***Qu'a -t-on voulu évaluer avec cet instrument ?***

Cet outil, qui comporte neuf épreuves réparties en quatre blocs, a été conçu à l'usage des praticiens et des enseignants pour évaluer des fonctions fondamentales du nombre : constater, comparer, créer des écarts *etc.* Les épreuves permettent de repérer les différentes démarches que les enfants sont à même de mettre en œuvre. Le protocole pousse les enfants au maximum de leurs possibilités. Les épreuves exigent peu de connaissances et de mémoire puisque d'une part, ne sont en jeu que des petites quantités et que d'autre part le recours à l'écrit ainsi que l'appel explicite à la mémorisation de faits numériques sont évités. Destiné aux enfants en très grande difficulté d'apprentissage en mathématiques ayant ou non des troubles du langage, il peut être aussi administré à des enfants tout-venant. Avec un matériel peu coûteux, le test est simple et rapide à faire passer (de 10 à 30 minutes selon les enfants). Il a été conçu dans une perspective d'aide à la prise en charge pédagogique. Pour illustrer notre approche, nous analysons ici un corpus visant l'exploration des procédures numériques d'enfants présentant différentes difficultés en calcul.

- ***Population***

Le corpus porte sur 132 enfants tout-venant issus d'école de la région parisienne répartis en cinq niveaux d'âge (4 ans 1 mois à 5 ans 0 mois ; 5 ans 1 mois à 6 ans 0 mois ; 6 ans 1 mois à 7 ans 0 mois ; 7 ans 1 mois à 8 ans 0 mois ; 8 ans 1 mois à 9 ans 0 mois) et sur 71 enfants présentant une pathologie. Parmi ces derniers, 25 enfants (de 4 ans et 6 mois à 14 ans) vont en consultation dans un hôpital parisien pour « échec scolaire » sans qu'aucun diagnostic précis n'ait été établi ; 26 enfants (de 4 ans et 6 mois à 9 ans) sont atteints d'une infirmité motrice cérébrale (IMC) ; 20 enfants (de 5 ans et 6 mois à 13 ans) sont supposés " dysphasiques ", (compte tenu des éléments figurant dans leur dossier.)

- ***Matériel et consignes***

La passation des épreuves est individuelle et se fait dans l'ordre exposé ci-dessous. A chaque tâche, une justification est demandée.

- **Evaluation-comparaison**

On dispose dans des boîtes devant des animaux 2 jetons pour un chat, 3 jetons pour un chien et 7 jetons pour un lapin. Si au cours d'une épreuve, l'enfant modifie la distribution des jetons devant les animaux, l'examineur recrée la configuration d'origine avant de donner l'épreuve suivante.

A. La consigne est : « voici le chat, voici le chien, voici le lapin. Ils ont chacun des jetons. Que peux-tu en dire ? ». Lorsque l'enfant fait une comparaison quantitative des trois ensembles numériques ou lorsqu'il les dénombre, on lui fait passer directement l'épreuve B. Sinon on lui fait passer l'épreuve AA avant B.

AA. Question : « comment a-t-on donné les jetons à chacun ? Qu'est-ce qu'on a donné à chacun ? ».

B. Une fois que l'enfant a réussi A ou passé AA, on demande : « qui a le plus de jetons ? Comment le sais-tu ? ».

- **Egalisation**

Ce bloc regroupe les épreuves, C, CC et CCC pour lesquelles le problème posé est toujours le même. On attend que l'enfant donne des réponses différentes à chaque fois. Le matériel est : 2 jetons pour le chat, 3 pour le chien et 7 pour le lapin. Une boîte de réserve de 20 jetons est mise à disposition. Entre chaque manipulation de l'enfant, l'examineur remet les jetons à leur place d'origine avant de poser la question d'après. La question posée est « Que faire pour qu'ils en aient tous pareil ? » (épreuve C) ou « Que faire pour qu'il aient tous pareil, d'une autre façon ? » (CC et CCC).

- **Créer des écarts**

On modifie le nombre de jetons dans les boîtes selon les épreuves, la réserve en a 20.

D. L'examineur met 3 jetons devant le chat, 0 devant le chien, et 7 devant le lapin. Il demande : « arrange-toi pour que le chien en ait 4 de plus que le chat ».

DD. Puis après avoir reformé la même distribution (3, 0 et 7), la question est « arrange-toi pour que le chien en ait 1 de plus que le chat ».

DDD. Enfin, l'examineur modifie la disposition des jetons de manière à ce qu'il y en ait 4 devant le chat, 4 devant le chien et 7 devant le lapin. Il demande : « arrange-toi pour que le chien en ait 3 de plus que le chat ».

E. Si l'enfant a réussi au moins une des trois épreuves D, DD ou DDD l'enfant passe l'épreuve E, sinon il continue directement la suite du test. Pour l'épreuve E, l'examineur modifie la distribution des jetons de manière à ce qu'il y ait 4 jetons devant le chat, 7 devant le chien et 7 devant le lapin. Puis il demande : « arrange-toi pour que le lapin en ait 5 de plus que le chat ».

- **Ajout-retrait**

On abandonne toute référence aux animaux. Dans une situation-problème dans laquelle un état-initial (des jetons dans la main de l'expérimentateur) est transformé (par ajout ou retrait) en un état final, les tâches consistent soit à calculer l'état initial connaissant la transformation (+4) et l'état final (7) (épreuve F), soit à trouver la transformation connaissant l'état initial (5) et l'état final (3) (épreuve G).

- **III. Analyse du corpus**

- ***Le nombre pour comprendre et décrire le monde***

Les tâches utilisées mettent à l'épreuve trois types d'utilisations finalisées du nombre, utiles pour comprendre et décrire le monde : le constat (A et AA), la comparaison (B), le calcul (F et G),

- **Le constat**

Dès 6 ans, plus de la moitié des tout-venant réussissent d'emblée cette tâche en comparant les trois ensembles ou en les dénombrant (tableau 1). S'ils sont plus jeunes, ou bien ils ne répondent pas, ou bien ils fournissent des réponses non numériques du type " *le chat court avec le lapin* ". Tout se passe comme si, lors de l'échec, les enfants ne percevaient pas l'implicite le sous-entendu numérique évident de la demande. Les IMC et dysphasiques ont, quant à eux, un niveau de performance à A inférieur à celui des tout-venant de 5 ou 6 ans. Leurs échecs s'expliquent par des réponses non numériques pour les dysphasiques, et par des dénombrements faux pour les IMC. Leurs réussites consistent en un dénombrement juste pour les dysphasiques et en une comparaison sans comptage pour les IMC. Quant aux sujets en échec scolaire, ils obtiennent globalement un niveau de performance analogue à celui observé chez les tout-venant après 6 ans. Mais parmi ceux qui échouent, certains (ne ressentent pas le besoin de fournir une réponse numérique précise et) se contentent de dénombrer l'ensemble des jetons sans aucune distinction des trois collections.

La comparaison

Le niveau de réussite à B (voir tableau 1) est globalement très élevé, mais légèrement plus faible pour les enfants en échec scolaire (88%). Ces derniers échouent à cause de dénombrements faux, ou de comparaisons partielles, comme les tout-venant de 4 ans. Quel que soit le groupe, les bonnes réponses consistent soit en des dénombrements, soit en des comparaisons. Seuls les IMC ont tendance à bien répondre sans se justifier.

Tableau 1 : *Pourcentages de réussite à l'évaluation et à la comparaison.*

	tout-venant					échec scolaire	IMC	dysphasique
	4-5 ans	5-6 ans	6-7 ans	7-8 ans	8-9 ans			
A	12,5	8,3	63,9	83,3	91,7	56	38,5	4
B	91,7	100	100	97,2	100	88	96,2	100

Le calcul

Le calcul prend du sens dans les problèmes additifs où l'enfant a besoin de trouver une inconnue (Vergnaud, 1985), comme pour les épreuves F et G. Pour les tout-venant (tous âges confondus), les enfants en échec scolaire, et les dysphasiques, la réussite est supérieure à 62% (tableau 2). Le calcul de l'état initial (F) s'avère plus facile ou de difficulté égale au calcul de la transformation (G). Pour les IMC, la réussite est globalement plus faible que pour les autres groupes ; on observe une hiérarchie de difficulté inverse : le calcul de la transformation est plus facile (46,2%) que le calcul de l'état initial (4,9%). En ce qui concerne les procédures utilisées, les dysphasiques et les IMC ont des profils proches bien que leurs niveaux de performance diffèrent. Ils sont les seuls à faire l'erreur qui consiste à ajouter l'état final et la transformation pour calculer l'état initial. Les sujets IMC ont rarement eu recours au calcul mental, et n'ont pas ressenti le besoin de regarder les jetons de l'état final.

Tableau 2 : Pourcentages de réussite au calcul.

	tout-venant					échec Scolaire	IMC	dysphasique
	4-5 ans	5-6 ans	6-7 ans	7-8 ans	8-9 ans			
F	58,3	75	80,6	88,9	100	80	3,9	70
G	4,2	50	80,6	86,1	100	60	46,2	70

Le nombre pour agir sur le monde

Les autres tâches testent les fonctions du nombre servant à agir sur le monde par des transformations qui, dans la vie quotidienne, constituent des réponses aux problèmes de partage, d'ordonnancement, de rangement... Elles supposent, avant et durant leur déroulement, les actions d'évaluation, de comparaison, et de calcul pour spécifier les objectifs et contrôler l'activité.

Egalisation

Pour agir, les routines de base que l'enfant est susceptible de mettre en œuvre sont l'ajout de jetons pris dans la réserve, le retrait, et la compensation qui consiste à transvaser des jetons d'un ensemble à l'autre. Leur combinaison donne lieu aux schèmes, ajout-retrait, compensation-ajout, compensation-retrait, et compensation-ajout-retrait.

Chez les tout-venant, la réussite à l'épreuve C est de 50% à 4 ans, et il est supérieur à 87% dès 5 ans. Tous âges confondus, le niveau des enfants en échec scolaire et dysphasiques est comparable à celui des tout-venant (proche de 90%), alors que celui des IMC est plus faible (65,4%). Chez les tout-venant, l'erreur quand elle se produit, est franche. Elle consiste en des tentatives qui débouchent sur un résultat faux : aucune des trois quantités n'est égale à l'autre. Dans les autres groupes, les erreurs peuvent aussi être dues à des égalisations partielles, inexistantes chez les tout-venant.

Tableau 3 : Pourcentages de réussite à l'égalisation.

tout-venant					échec scolaire	IMC	dysphasique
4-5 ans	5-6 ans	6-7 ans	7-8 ans	8-9 ans			
50	87,5	94,4	97,2	100	88	65,4	90

Les enfants en échec scolaire et les sujets dysphasiques ont un profil relativement proche des tout-venant. Ils utilisent, avec moins de variété dans les

combinaisons, les routines de base d'ajout, de retrait, et de compensation, alors que les IMC ont recours à des schèmes originaux comme l'égalisation des trois ensembles à 0, ou encore le retrait de tous les jetons pour égaliser en les redistribuant un à un.

Considérons maintenant les profils des quatre groupes tous âges confondus (tableau 4), pour les trois épreuves (C, CC, et CCC). On constate que plus de 72% des enfants tout-venant ou en échec scolaire respectent l'exigence du changement de procédure, pour seulement 50% des IMC et dysphasiques [$\chi^2_{[3]} = 12.22, p < .01$]. Le champ des procédures possibles est restreint chez les IMC (il y en a 8), et encore plus chez les dysphasiques (4). Précisons que la procédure compensation ajout-retrait qui relève du "bricolage", parfois observée chez les tout-venant, est typique des IMC.

Tableau 4 : *Pourcentages d'enfants variant les procédures aux trois essais d'égalisation.*

Groupes	Que des procédures différentes	Au moins 2 procédures identiques
tout-venant	77	23
échec scolaire	72	28
IMC	50	50
dysphasiques	50	50

Créer des écarts

Une autre façon d'utiliser le nombre pour transformer le monde consiste à créer des écarts entre deux collections. Pour D, le niveau de performance varie d'un groupe de sujets à l'autre (tableau 5). Les IMC et dysphasiques ont respectivement des réussites de 3,9% et 10%, ce qui est à peine supérieur à celle des tout-venant avant 6 ans. Les enfants en échec scolaire ont un taux comparable à celui observé chez les tout-venant autour de 7 ans (48%).

Tableau 5 : *Pourcentages de réussite à D.*

tout-venant					échec scolaire	IMC	dysphasique
4-5 ans	5-6 ans	6-7 ans	7-8 ans	8-9 ans			
0	0	36,1	61,1	75	48	3,9	10

Chez les tout-venant, le développement est partiellement ordonné. Avant 5 ans, la plupart des enfants emploient exclusivement, pour l'ensemble des problèmes, des

actions qui satisfont des relations non pertinentes (d étant l'écart imposé : “ ...avoir d nombre de plus ”, “ ...avoir d ”, ou “ ...être égal à ... ”). Entre 5 et 6 ans apparaissent les premières conduites heuristiques, comme ajouter d au référent ou au référé. Les procédures heuristiques peuvent déboucher sur un résultat juste, dans certaines configurations numériques, lorsqu'elles sont appliquées aux bons ensembles. De 6 à 7 ans, deux voies distinctes peuvent être empruntées.

- L'enfant utilise de manière quasi exclusive la même heuristique y compris lorsque celle-ci s'avère inadaptée aux valeurs numériques (fréquence de la routine d'ajout chez un même enfant).

– L'enfant alterne des heuristiques avec des algorithmes (procédures, comme le calcul mental, qui sont pertinentes quelles que soient les valeurs numériques). Enfin, à la dernière étape, le recours aux algorithmes devient quasi systématique. La routine de l'ajout devient une instance particulière de l'algorithme égalisation-ajout, valide pour DDD.

Les enfants en très grande difficulté présentent des particularités dans leurs démarches, les différenciant des tout-venant. Ainsi, parmi des réponses de niveaux 3 ou 4, on trouve des conduites atypiques chez les enfants en échec scolaire et les dysphasiques (le retrait ou une série d'actions particulières à chaque enfant). Par ailleurs, chez les enfants en échec scolaire et les IMC, il existe quelques profils absents chez les tout-venant comme celui consistant à recourir à des algorithmes (tel l'égalisation suivi de l'ajout) avec, malgré tout, une persistance de la difficulté à sélectionner les arguments pertinents (l'ajout n'étant pas nécessairement appliqué au bon référé). Enfin, contrairement aux autres enfants qui sont en échec scolaire ou tout-venant, les IMC et dysphasiques ont en commun une particularité développementale. Ils semblent ne suivre au niveau 3 qu'une seule voie de développement, celle qui consiste à recourir de façon répétée à la même heuristique.

- **IV. Que nous apprennent les démarches des enfants évalués ?**

Quelques sources endogènes à l'origine des difficultés en calcul

On distinguera d'abord les difficultés que l'on peut attribuer à des limites mécaniques du système cognitif. Par exemple, les erreurs de comptage des IMC,

évoquées notamment pour le constat, la comparaison ou encore la création des écarts, peuvent naturellement s'expliquer par la gêne qui éprouvent les IMC à coordonner les gestes oculo-moteurs. Mais il est parfois difficile d'imputer clairement une difficulté à une cause matérielle. Une difficulté de calcul qui touche à un mécanisme, comme l'attention sélective, n'exclut pas l'existence sur le plan conceptuel, d'une représentation erronée. En référence au modèle de Baddeley (1990), on peut interpréter chez les IMC et dysphasiques les difficultés constatées à varier leurs conduites lors de la répétition de la tâche d'égalisation ou dans la création des écarts comme un manque de flexibilité du contrôleur exécutif. Lors du passage d'un essai à l'autre, avant l'activation d'une nouvelle procédure, le contrôleur exécutif ne parviendrait pas à inhiber la procédure qui vient d'être utilisée, pour réinitialiser la mémoire de travail. On peut expliquer de la même façon le profil de réponses, fréquent chez les IMC, traitant tour à tour des problèmes successifs de création d'écarts. Cependant, ce profil qui consiste à réutiliser quasi-exclusivement la même heuristique en dépit des nécessités dues aux changements de conditions numériques, est aussi présent chez des enfants tout-venant. Dans le cadre théorique de Vergnaud (1985), qui peut s'appliquer également aux différentes populations étudiées, il s'agirait d'un mauvais ajustement du domaine de validité d'une procédure dont la portée est surgénéralisée à des situation-problèmes qui n'en justifient pas l'usage. Les deux modalités explicatives, en termes de mécanismes ou de concepts, ne sont pas exclusives ici l'une de l'autre.

Les chercheurs n'ont pas inventé de critères et d'outils incontestables pour mesurer de façon clairement différenciée ce qui, dans une difficulté en calcul, relève des fonctions cognitives et ce qui revient au conceptuel. De même, dans la pratique lorsque, sur la base du dossier médical d'un enfant, le praticien constate l'existence de lésions cérébrales il ignore, le plus souvent, quels mécanismes et quels contenus de connaissance sont affectés bien qu'il puisse le supposer d'après ses connaissances des sémiologies en rapport avec les localisations lésionnelles. Lorsque le contenu des schèmes du sujet aura changé sous l'effet de la remédiation, il sera impossible de connaître précisément les changements matériels qui en découlent dans le cerveau à moins d'utiliser des imageries fonctionnelles comparées, si bien que l'opposition théorique mécanismes/contenus de connaissances qui est souvent faite s'avère être trop réductrice.

- ***L'influence du milieu et son rôle essentiel***

Des éléments physiques et sociaux conditionnent également l'espace de liberté de l'enfant qu'il soit ou non en grande difficulté. Dans la tâche de constat, la consigne reste muette sur l'outil à utiliser pour répondre. En laissant le soin au marquage social de faire valoir l'attente d'une réponse numérique, elle ouvre la possibilité d'évoquer n'importe quel scénario en guise de réponse. Le matériel crée aussi le champ virtuel des actions possibles. Laisser une boîte de jetons en réserve permet l'ajout. Ôter la réserve laisse comme seules options les routines de retrait de compensation et toutes les conduites qui en dérivent. A leur tour, les valeurs numériques jouent un rôle essentiel. Les nombres du premier problème de création d'écart (4 pour le chat, 0 pour le chien et 7 pour le lapin), conjugués à la consigne (qui demande que le chien ait 4 de plus que le chat), offrent l'opportunité – que d'ailleurs seuls les enfants en échec scolaire ont saisi – de prendre les 7 du lapin pour les donner au chien. Enfin, l'environnement permet à l'enfant de réfléchir à ses pratiques, et d'adopter de nouvelles procédures, par le truchement de la médiation (Vygotsky, 1985 ; Brossard, 1992), des dispositifs didactiques (Brousseau, 1988 ; Duquesne, 2002), ou encore l'observation (Winnykamen, 1983). Mais la pratique révèle que l'immersion dans un milieu que l'on pense *a priori* favorable ne suscite pas toujours les progrès escomptés. Il nous faut donc considérer, ce qui, à la source, suscite le jaillissement de la pensée pour comprendre comment celle-ci s'oriente puis s'élabore, et adopter en conséquence les conduites qui invitent au développement logico-mathématique.

L'inscription de la pensée de chaque enfant dans l'acte intentionnel

Lors de la création d'un écart, le fait que les enfants produisent une action qui satisfait une autre relation que celle attendue (“ donner 4... ”, ou encore “ ...avoir 4 ”) nous rappelle que le problème qu'ils résolvent n'est pas le même que celui donné par l'expérimentateur, mais bien le problème qu'ils se formulent à eux-mêmes. Cette reformulation peut être liée, dans un certain nombre de cas, à une mauvaise compréhension linguistique de l'énoncé “ ...4 de plus que... ” (Meljac, 1979), mais pas toujours. L'enfant fait ses propres choix. Par exemple dans la tâche de constat, il peut fort bien avoir perçu l'implicite numérique de la demande de l'expérimentateur

et ne pas la considérer comme une exigence importante. Le choix du sujet dans sa formulation du problème transparaît dans les réponses des tout-venant de 8 à 9 ans au cours du problème de l'égalisation. Ils utilisent tous des procédures sophistiquées et conventionnelles (utilisations exclusives et combinées des 3 routines numériques de base), sans jamais avoir recours à la procédure la plus facile qui consiste, comme le font les IMC, à égaliser les trois ensembles par la voie du retrait total. Tout se passe comme si les uns valorisant la dimension scolaire de la tâche, s'obligeaient à l'utilisation des 3 routines, alors que les autres avec le même souci d'atteindre un résultat, s'autorisaient l'usage de solutions simples. Ces exemples montrent que les conduites du sujet s'inscrivent toujours dans un acte intentionnel qui consiste à attribuer des valeurs et des buts à l'action (Piaget, 1936 ; Récopé, 1997).

Les résistances du réel

Dans son élan, l'enfant se heurte aux "résistances" du réel qui font que le monde ne se conforme pas toujours à ses attentes. Elles le poussent à penser pour s'adapter. Ces obstacles peuvent aussi bien provenir de l'environnement physique et social de l'enfant, que résulter des limites physiques et conceptuelles propres à son système cognitif. Ils se manifestent au sujet par les conséquences perçues ou anticipées de ses actes. Les actions prennent d'emblée, dès le schème préprogrammé de la tétée, des significations qui proviennent d'implications qui associent à une conduite p une conséquence q (Piaget et Garcia, 1987, Houdé et Charron, 1995). Un processus de mise en relation des significations ou *morphisme* (Piaget, Henriques, Ascher, 1990) extrait, par généralisation synthétisante, les invariants qui permettent de comparer, de transformer et de coordonner progressivement les significations. Ces élaborations cognitives conduiraient la pensée à se contredire sans cesse si elle ne dégagait pas au sein de ses invariants des modèles déductifs ou *nécessités* exprimant les raisons des implications constatées (Piaget, 1981, 1983). Le *nécessaire* énonce une condition dont la satisfaction apparaît aux yeux du sujet indispensable à la réussite (pour la création des écarts, il s'agit de la valeur de la différence à produire). Il permet de déduire et d'inventer des *possibles* qui sont les conduites perceptives, motrices et cognitives utiles pour comprendre et agir sur le monde. Le réseau de possibles et nécessaires énonce ce que le sujet doit faire et peut faire pour réussir. Il comporte des schèmes présentatifs qui servent à comprendre le monde, comme les schèmes d'évaluation de comparaison et de calcul, et des schèmes procéduraux qui

servent à modifier le monde, comme les schèmes de transformation. La synthèse des deux systèmes de schèmes, présentatifs et procéduraux constitue des schèmes opératoires (Piaget, 1981, 1983). Au cours du développement, dans un domaine de compétence donné, les schèmes opératoires du sujet s'affranchissent graduellement des conceptions erronées ou partiellement justes (pseudo-nécessaire), pour se rapprocher d'une connaissance effective du réel (Charron, 1999, 2000). Contrairement à ce qu'ont longtemps laissés penser Freud ou Piaget, ce processus ne se fait pas au détriment d'une activité imaginaire, mais souvent au moyen de l'imagination qui permet de créer et d'évaluer des alternatives (Harris, 2002).

Les deux traits du flux de la pensée

Deux traits indissociables de la pensée sont donc à la source du sens créé par le sujet. Le premier réside dans l'intentionnalité. En résonance étroite avec le monde physique et social et avec celui des ressentis, elle fait émerger, souvent inconsciemment, des manques, des insatisfactions, des besoins et une appréhension problématisée du réel (Charron 2002). L'intentionnalité impose des enjeux et oriente en conséquence le choix des fins et des moyens. Le second trait, qui est subordonné au premier, est l'adaptation au milieu. Elle consiste à produire des actions de compréhension, d'exploration, et de transformation du monde visant, pour une fin retenue, à trouver des moyens et à les mettre en œuvre. L'adaptation au milieu permet de construire et d'incorporer les significations dans un réseau de possibles et de nécessaires. Ces significations seraient neutres et sans intérêt pour le sujet, si elles n'étaient pas en permanence *valuées* par l'acte intentionnel. Ainsi, une signification peut être ressentie par le sujet comme une contrainte, si elle constitue un obstacle au but recherché. Mais elle peut aussi être perçue comme une ressource, dès lors qu'elle contribue à se rapprocher du but, ou encore comme une donnée neutre si elle n'interfère en rien avec les enjeux ressentis. En d'autres termes, le sujet donne du sens à un objet comme le nombre selon ce qu'il *intente* d'en faire et selon ce qu'il *peut et croît* pouvoir en faire. Comme, tous les usages du nombre ne sont pas forcément mathématiques, il en est certains, tel le recours au nombre comme une règle formelle pour faire plaisir à l'adulte, qui ne débouchent pas à terme sur des conceptualisations robustes. Le mouvement adaptatif qui produit des assimilations et accommodations mathématiques est celui qui répond à une intentionnalité mathématique véritable. Le

besoin de résoudre une énigme soulevée par un problème arithmétique en est un exemple.

Amener les enfants à penser

Pour réussir, la remédiation des difficultés en calcul ne doit donc pas viser à « réparer » l'enfant en comblant, chez lui des lacunes conceptuelles, mécaniques ou sociales. Elle doit plutôt rechercher à insuffler, ou restaurer en lui la dynamique de l'assimilation-accomodation sans laquelle tout apprentissage reste vain. Les contenus de connaissances, les contextes matériels, les énoncés, les jeux ou autres dispositifs de travail sont autant d'outils utilisables par le psychologue pour amener l'enfant à *penser* (Meljac et Charron, 2002). L'enfant négocie avec succès son adaptation au milieu lorsque, se trouvant bloqué par ses propres limites (conceptuelles ou mécaniques) ou encore par les conditions de la situation, il surfe d'une procédure à l'autre, ou lorsque, à défaut d'une procédure disponible, il en invente une nouvelle. Ceci suppose que l'enfant se construise des représentations de la tâche, et des possibles et nécessaires associés. Ces représentations doivent rester systématiques d'une fois à l'autre, pour traiter avec succès de multiples variantes d'un même problème. Mais elles doivent également rester ouvertes aux conduites de détours, ou autres raccourcis, qui facilitent la réussite ou confirment la validité d'une autre procédure. L'élaboration d'une variété de procédures constitue ainsi un facteur positif du progrès (Siegler, 2001). Si l'enfant n'est jamais mis en situation de réussir, ce qui arrive lorsqu'on accepte la répétition des échecs comme une fatalité, l'adaptation au milieu échoue. Les insuccès répétés peuvent conduire l'enfant, non seulement à régresser (Ric, 1996), en désavouant ce qu'il avait déjà appris d'un concept, mais aussi, au niveau intentionnel, à renoncer au progrès. La croyance que l'on peut avoir une action efficace est nécessaire à l'élaboration d'intentions (Ajzen et Fishbein, 1980). Elle correspond d'une certaine manière à ce que Piaget appelait le niveau du *possible exigible* (1981), dans lequel l'enfant croit réalisables de nouvelles constructions mais sans trouver encore de procédures adéquates. La gestion des frustrations de l'enfant est fondamentale (Bruner, 1990). Il faut éviter de laisser l'enfant dans le désarroi lorsqu'il échoue, en le mettant en position de progresser devant chaque difficulté, y compris en lui montrant des procédures palliatives.

Au delà des différences de contraintes et de ressources dans lesquelles évoluent

les enfants tout-venant, en échec scolaire, IMC, dysphasiques, les principes fondamentaux de l'assimilation-accommodation sont pour tous les mêmes. Le préalable à l'efficacité de toute démarche de remédiation est, de loin, que l'enfant se sente concerné d'une façon authentique par les enjeux mathématiques sous-jacents aux activités proposées (Brousseau, 1997 ; Sensevy, 2002). Alors la conceptualisation passe, comme une rivière. Si un obstacle se présente à elle et gêne l'écoulement dans son lit d'origine, elle trouve une autre voie, dès lors que les conditions lui en offrent l'occasion. Ainsi va la pensée qui est, selon une expression de Vergnaud, à la fois opportuniste et systématique.