

# Les apprentissages mathématiques et leurs obstacles

Françoise Duquesne-Belfais  
maître de conférences à l'INS HEA  
Suresnes

Françoise Duquesne-Belfais INS HEA  
Suresnes

# Comment l'idée de nombre vient aux enfants?

Françoise Duquesne-Belfais

INS HEA Suresnes

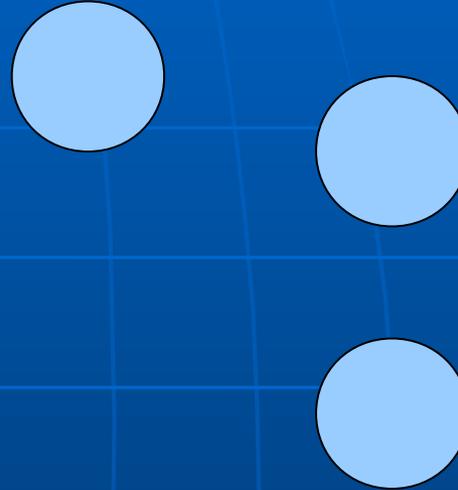
# Enjeu du concept de nombre

Représenter une quantité d'objets absents :

- de façon approximative : la perception visuelle
- de façon précise : le dénombrement

# Nombre et subitisation (subitizing)

Combien d'objets?



Cette perception :

- ne dépend pas de l'arrangement spatial des objets
- s'arrête aux environs de 3 (ou de 5 selon les auteurs)

# Nombre et estimation visuelle



*Possibilité de confusion entre la taille de la collection et sa place occupée dans l'espace*

# Élaborer des procédures de quantification précise

Françoise Duquesne-Belfais

# Compter les éléments d'une collection

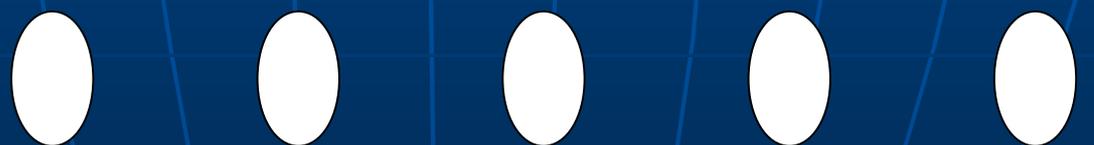
- Connaissance de la chaîne numérique
  - Suite indifférenciée
  - Chaîne sécable
  - Suite bidirectionnelle
- Pointage des objets un à un
  - coordination œil/main
- Mise en correspondance de la comptine et du pointage : Synchronisation du rythme d'énonciation et du geste
- Attribuer un cardinal à la collection

# Intégrer la suite des mots-nombres

(d'après K. Fuson, 1991, p. 174)

- **La suite chapelet** : la suite est indifférenciée  
undeux-trois-quatre-cinq
- **Une liste non sécable** : les mots sont différenciés  
un-deux-trois-quatre-cinq
- **La suite-comptage** : les mots sont associés à des objets

un- deux- trois-quatre-cinq

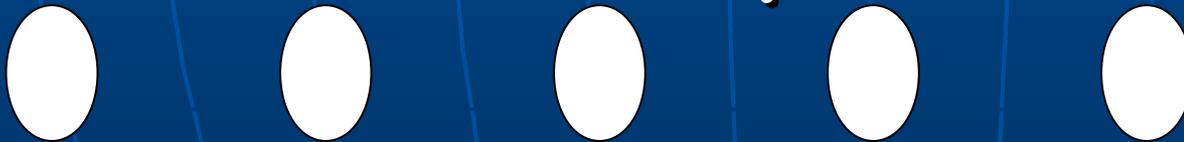


The diagram consists of five white ovals arranged horizontally, each centered under one of the words in the sequence 'un- deux- trois-quatre-cinq' above it. This visualizes the association between each number and a specific object in the 'suite-comptage' method.

# Suite dénombrement

Cardinalisation de l'ensemble avec  
passage de « le »<sup>5</sup> à « les » 5

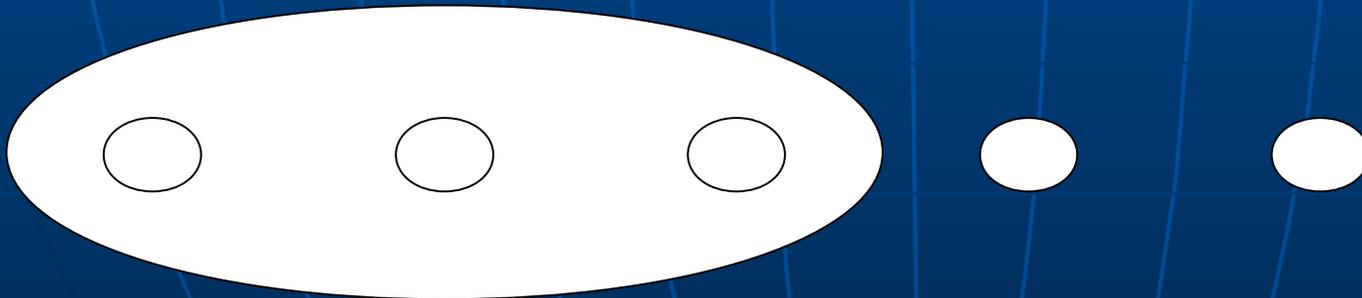
un-deux-trois-quatre-cinq → [cinq]



# Une chaîne sécable

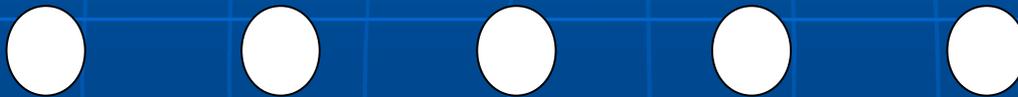
Les termes sont intégrés dans le comptage de la somme ; le 1<sup>e</sup> terme intégré est réduit au cardinal de la 1<sup>e</sup> collection et le comptage continue pour les éléments de la 2<sup>e</sup> collection

**[trois] → quatre- cinq → [cinq]**



# Chaîne unitaire

La suite des mots nombres se transforme en entités cardinales



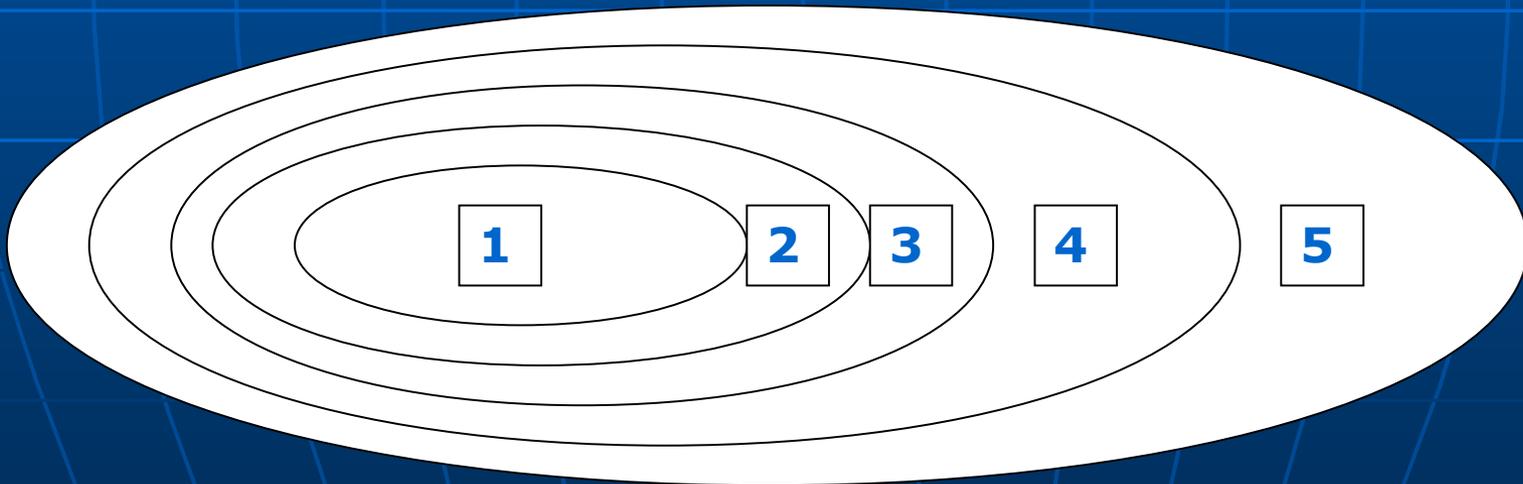
**trois**

**quatre**

**cinq**

# Chaîne bidirectionnelle

- La suite devient une suite unitisée, sériée, emboîtée
- Les termes peuvent être décomposés
- Les relations entre les termes sont de type cardinal +1 ou -1; ex:  $5 = 4+1$   $4+1 = 5$

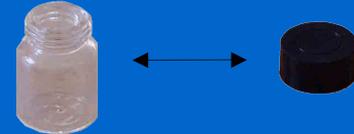


# Les conduites de dénombrement

Françoise Duquesne-Belfais

# LES PRINCIPES DE GELMAN

- Principe de Bijection



- Principe de Suite Stable 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

- Principe Cardinal

1, 2, 3, 4, 5 → 5

- Principe d'Abstraction



- Principe de non pertinence de l'ordre



# LE PRINCIPE DE BIJECTION

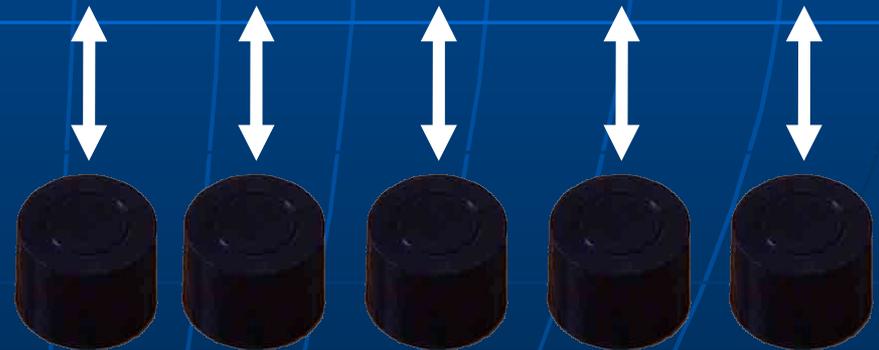
à chaque élément de  
correspond un et

un seul élément de  
et réciproquement.

A



B



# LE PRINCIPE DE SUITE STABLE

1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

- Les nombres se suivent dans un ordre nominal constant lors de chaque récitation.
- Cet ordre constant peut être correct ou non.  
Par exemple, si l'ordre énoncé est toujours 1, 2, 3, 5, 6, 4; 1, 2, 3, 5, 6, 4; 1, 2, 3, 5, 6, 4 ... on considérait que le principe est respecté.

# LE PRINCIPE CARDINAL

1, 2, 3, 4, 5 → 5

Le dernier mot-nombre énoncé correspond au cardinal de la collection.

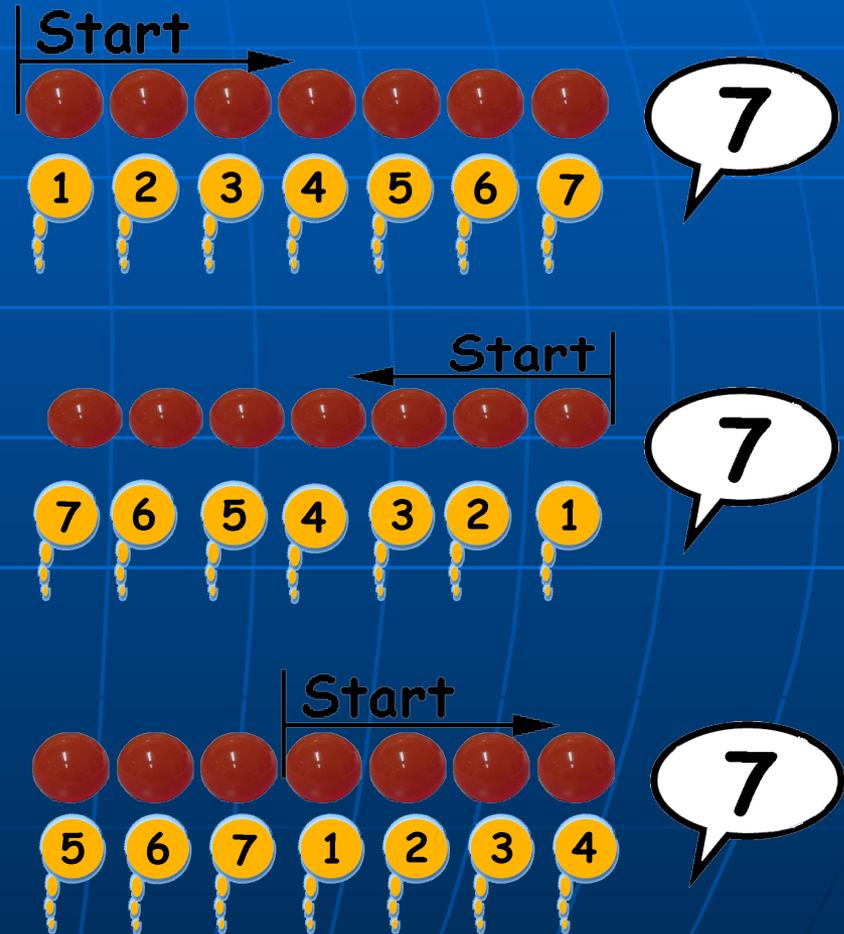
# LE PRINCIPE D'ABSTRACTION



Tout élément de la collection peut être considéré comme dénombrable lors du décompte de la collection.

# LE PRINCIPE DE NON PERTINENCE DE L'ORDRE

Quel que soit l'ordre du trajet de dénombrement, l'enfant est convaincu que le résultat final sera identique.



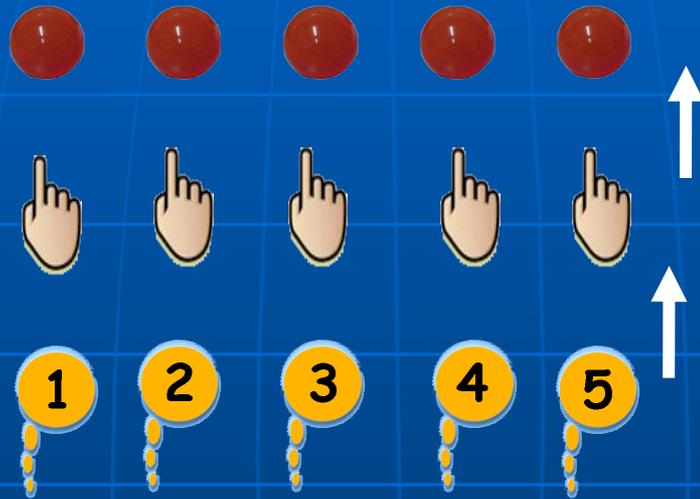
Comment un enfant  
procède-t-il pour compter?

# Quelle réponse à la question : Combien?



M. P. Chichignoud, « Le développement du concept ombre chez le jeune enfant », *Grand N*, n°36, CRDP de Grenoble, 1986.

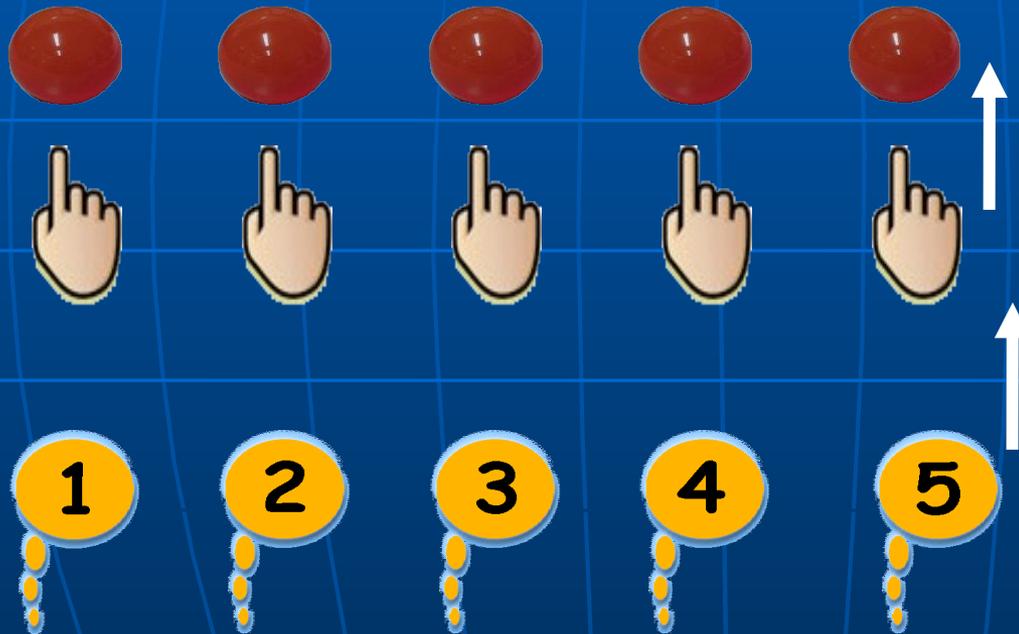
# Comptage : double correspondance



Double utilisation du principe de bijection :  
*correspondance externe* : pointage (oeil/doigt) et objets à dénombrer

*correspondance interne* : pointage et mots-nombres

# Dénombrement : double correspondance et cardinalisation

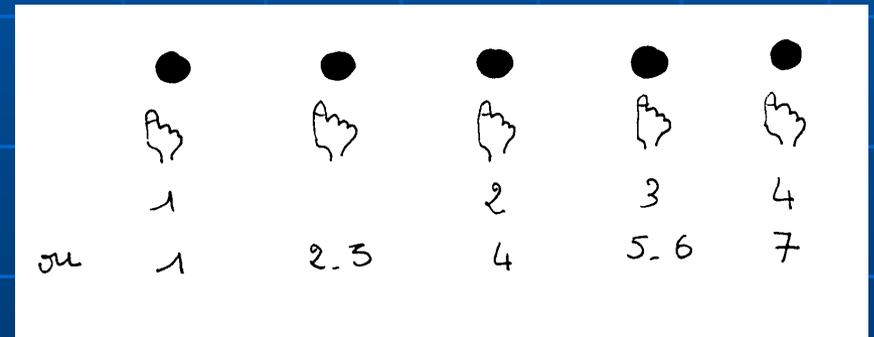
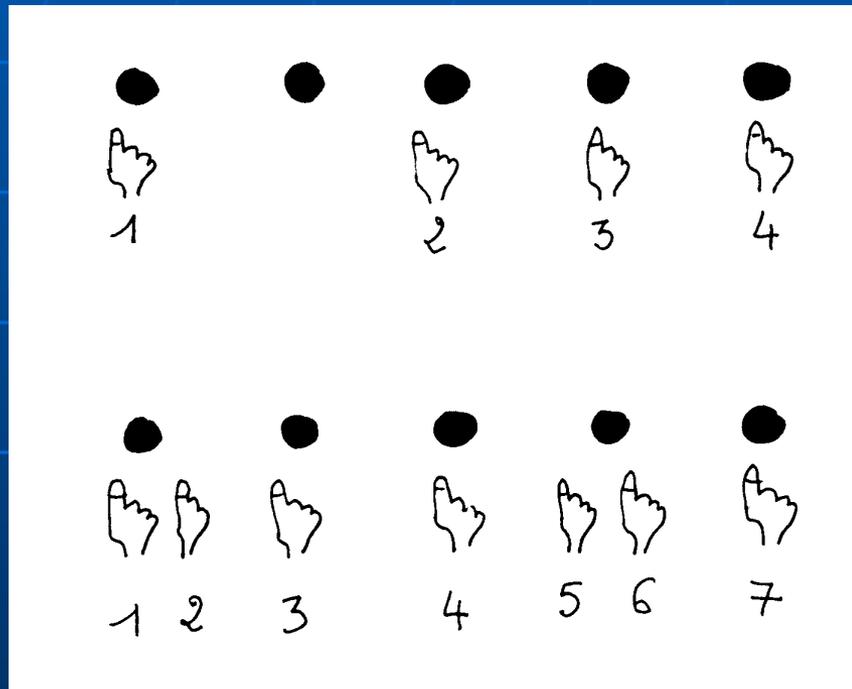


5

Il existe 21 conduites possibles en combinant ces aspects.

Sur ces 21 conduites théoriques, **une seule** donnera le bon résultat.

# Des erreurs entre correspondances interne et externe



## Compter 6 c'est être capable de :

- attribuer le nombre "6" à une collection,
- compter les six objets en en comprenant la signification quantitative,
- désigner la quantité par le mot-nombre "six",
- écrire et lire le chiffre "6",
- savoir que 6 est plus que 3 mais moins que 8,
- construire une autre collection de 6 objets, en utilisant d'autres procédures, en comptant 3 et encore 3 ou 2 et 2 et 2, ou 5 et 1 etc.

# Au final, des propriétés à identifier

Pour attribuer une signification quantitative aux mots-nombres, il faut comprendre que :

- Le nombre ne dépend pas des propriétés des objets (couleur, forme, usage ...)
- Le nombre ne dépend pas de l'organisation spatiale des objets à compter
- Le nombre ne dépend pas de l'ordre dans lequel les objets sont comptés
- Les nombres sont identifiés par des mots et des signes
- Les nombres sont organisés à l'aide d'une relation d'ordre

# Des obstacles possibles Au niveau de la comptine

- Mauvaise mémorisation de la comptine et des mots nombres
- Ordre non stable de la suite des mots nombres
- Chaîne non sécable

# Des obstacles possibles dans la quantification approximative

- Perception visuelle non fiable
- Agencement spatial des objets
- Estimation de la taille de la collection

# Des obstacles possibles dans la quantification précise

Mauvaise coordination dans le dénombrement entre :

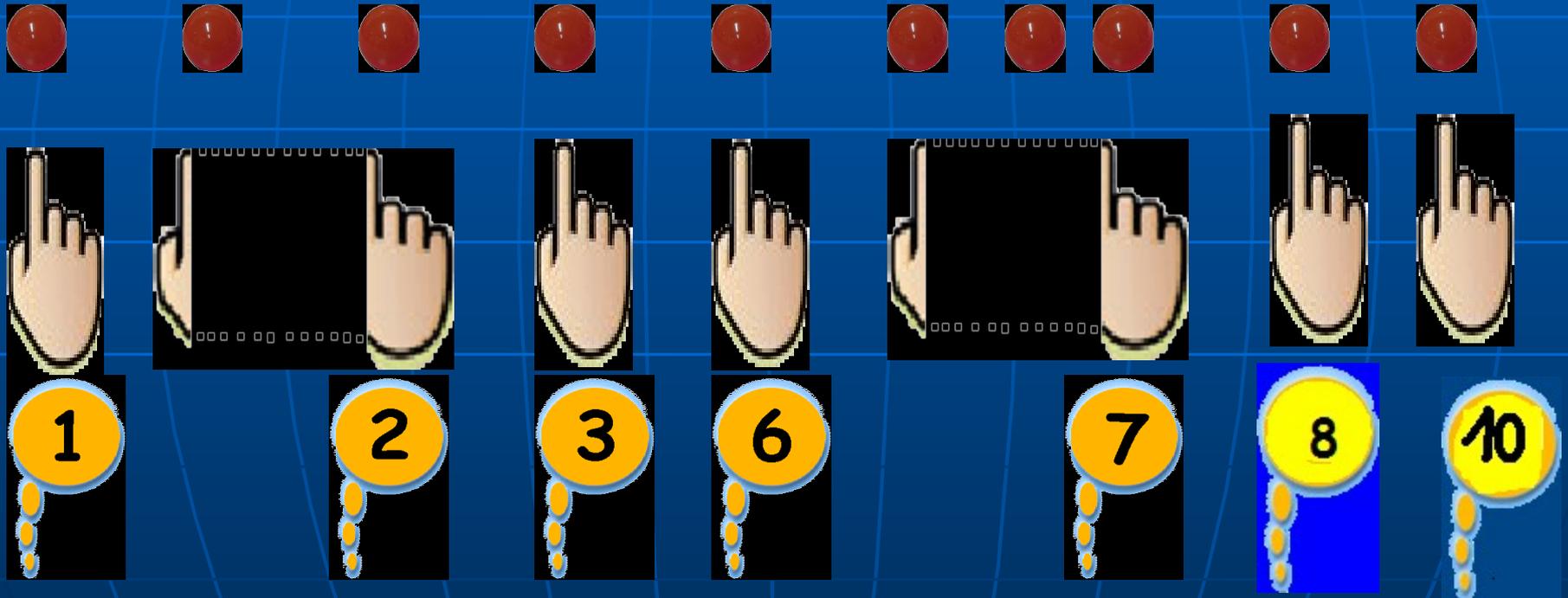
- ✓ Le regard
- ✓ Le geste de pointage
- ✓ L'énonciation de la comptine

# Concordance entre diverses procédures

Mauvaise évaluation globale et/ou non  
concordance des résultats avec le  
dénombrement

*Difficultés à construire l'invariance du  
nombre*

# Des erreurs qui déstabilisent d'autres connaissances



# Adapter les situations de dénombrement

- Utiliser des collections d'objets déplaçables
- Enoncer les mots de la comptine seulement lorsque l'objet est posé
- Matérialiser le « parcours » de l'œil

# Conclusion

- Nécessité d'une évaluation et d'une analyse précise des difficultés
- Une prise en compte des multiples facteurs intriqués

*accepter différents chemins du développement mathématique*