Quelques difficultés à surmonter pour enseigner les mathématiques à des élèves handicapés moteurs en UPI

Françoise DUQUESNE
Professeur au Cnefei [1]

Résumé : La création des Unités pédagogiques d'intégration (UPI) offre aux adolescents handicapés moteurs la possibilité d'accéder aux enseignements du second degré, entre autres à ceux de mathématiques. Au collège les apprentissages mathématiques présentent des caractéristiques dont la spécificité s'accentue et qui requièrent des connaissances didactiques que ne possède pas nécessairement un enseignant spécialisé du 1er degré. On citera en exemple l'apprentissage de la démonstration, l'accès au calcul littéral et la construction d'un nouveau modèle de traitement numérique : l'algèbre. Pour tirer profit au maximum de cette occasion d'élever leur niveau de connaissances dans cette discipline, les élèves handicapés moteurs ont besoin que le collège et les enseignants du second degré comprennent certaines particularités de fonctionnement et s'y adaptent. Au niveau des apprentissages, on retiendra quelques principes comme l'utilisation de logiciels : en géométrie pour libérer ces élèves des tâches spatiales et motrices, ou en algèbre pour compenser leurs lenteurs ou leurs difficultés à écrire manuellement. Au niveau institutionnel on favorisera les échanges, ainsi qu'une étroite collaboration entre les divers partenaires qui accompagnent le collégien handicapé moteur.

Mots-clés : Collège - Enseignement des mathématiques - Handicapés moteurs - Infirmité motrice cérébrale - Infirmes moteurs cérébraux (IMC) - Unités pédagogiques d'intégration (UPI).

Un des apports essentiels des UPI est de permettre d'élever le niveau scolaire des élèves handicapés moteurs en leur favorisant l'accès aux enseignements du second degré, comme les mathématiques par exemple, dispensés par des professeurs des disciplines. Ainsi, ces adolescents ne sont plus au collège pour la seule raison qu'ils en ont l'âge, mais pour véritablement suivre les programmes des classes de la 6e à la 3e. Les nouvelles difficultés qu'ils vont rencontrer pour suivre les cours de mathématiques du collège par rapport à l'école primaire relèvent à la fois des spécificités et des enjeux des notions mathématiques de cette période, mais aussi de l'originalité de l'accompagnement pédagogique réparti entre un enseignant du premier degré spécialisé de l'AIS et un enseignant de mathématiques expert dans sa discipline.

1. À lire : F. Duquesne, *Apprendre à raisonner en mathématiques à l'école et au collège*, Collection Études, Éditions du Cnefei, Suresnes, 2e édition, 2003. Disponible au Cnefei, *vente@cnefei.fr* ou au 01 41 44 31 29

AU NIVEAU DES CONTENUS MATHÉMATIQUES

L'apprentissage de la démonstration

L'introduction dans les apprentissages de la démonstration est un véritable défi pour les enseignants de mathématiques. Pourquoi un raisonnement est-il valide et comment prouver qu'une assertion est vraie ? Organiser des pas de déduction en déduisant de nouvelles propriétés à partir de théorèmes constitue la base du raisonnement déductif, introduit au collège plus particulièrement dans le champ de la géométrie. Les constructions géométriques et les figures présentent l'avantage de schématiser les situations et de réduire le nombre d'informations à mémoriser allégeant ainsi les traitements déductifs. Or, en géométrie, les élèves handicapés moteurs, présentent souvent de grandes difficultés pour réaliser des constructions. S'ils sont IMC leurs difficultés motrices peuvent être aggravées par une dyspraxie constructive, qui aura perturbé l'élaboration de leur représentation de l'espace physique. Il leur alors sera d'autant plus difficile d'accéder à la démonstration si aucune aide ne leur est proposée pour soutenir leurs raisonnements.

L'accès au calcul littéral et à l'algèbre

L'algèbre est un modèle de traitement qui se construit au collège et qui représente un des enjeux les plus importants de l'enseignement des mathématiques à cette étape des apprentissages.

Qu'est-ce que l'algèbre et quelles relations l'unissent à l'arithmétique ?

En arithmétique, on effectue des calculs avec des nombres entiers et des opérations. En algèbre, on remplace les nombres par des lettres et on calcule sur ces objets. Quels en sont les avantages ? Au lieu de résoudre un problème particulier, on résout d'un seul coup, toute une famille de problèmes.

Prenons l'exemple suivant : *Je prépare un pique-nique pour deux groupes de personnes qui vont chacun effectuer une promenade et emporter un sac contenant autant de sandwichs que de promeneurs. J'ai 19 sandwichs à répartir dans les deux sacs et je sais qu'un des groupes contient 3 personnes de plus que l'autre. Combien de sandwichs vais-je ranger dans chacun des 2 sacs ?*

Ce problème peut se résoudre en arithmétique à l'aide de différentes méthodes : par exemple, en 1^e approximation, on peut estimer que la moitié de 19 c'est environ 9 pour un groupe et 10 pour l'autre ; mais dans ce cas, la différence entre les nombres de personnes n'est que de 1 donc on ajuste et on essaie 8 et 11. De façon plus élaborée, on peut décider de considérer le plus grand groupe comme étant constitué de 3 personnes et d'un groupe égal au plus petit. On obtient ce nombre minimal de personnes en effectuant 19-3=16 et 16:2=8. Ainsi, le plus petit groupe contient 8 personnes et le plus grand 3 de plus, soit 11.

En algèbre, on modélise la situation en appelant x le nombre de personnes d'un 1^er groupe et y celui du 2^e groupe. On décide que c'est le 2^e qui contient le plus grand nombre et on transcrit que celui-ci en contient 3 de plus que le 1^er par l'écriture $y= x+3$. Le nombre total de personnes est de 19 se traduit par $y+x=19$. À partir de cette symbolisation, il n'est plus utile de se rapporter à la réalité et on traite le modèle à l'aide des règles de transformations qui caractérisent l'algèbre :

$x+(x+3)=19$ puis $2x+3= 19$

puis $2x=19-3$ puis $x=16/2$ donc $x=8$.

La réponse au problème initial nécessite le retour au contenu particulier de la situation : le 1er groupe contient 8 personnes et le 2e, 11. Mais, ce raisonnement permet de résoudre toute une famille de problèmes dont le modèle est 2x+3=19 :

- *dans 3 ans, le double de l'âge actuel de Marie sera 19 ans. Quel âge a-t-elle ?*
- *si Paul prend deux fois plus de billes que Pierre et que Jean lui en donne 3, Paul a 19 billes. Combien Pierre a-t-il de billes ?…*

Accepter de perdre le lien avec la réalité

En résumé, utiliser l'algèbre plutôt que l'arithmétique pour résoudre un problème c'est accepter de perdre le sens externe d'une situation, c'est-à-dire son lien avec le réel. Il est alors nécessaire d'en construire un sens interne, c'est-à-dire de comprendre et de connaître les conventions d'écritures comme 2x c'est 2 fois x, le rôle des parenthèses, la priorité des opérations ainsi que les règles de calculs et de transformations propres à cet outil *comme le produit de 2 entiers négatifs est un entier positif ou on obtient une équation équivalente en ajoutant un même nombre aux deux membres d'une équation…* La transformation d'écritures se fait en suivant des lois de la logique mathématique mais pour qu'elle soit faite de façon pertinente, il est nécessaire qu'elle se fasse en rapport avec ce que les écritures sont susceptibles de désigner c'est-à-dire avec leur sens interne : ce ne sont pas des opérations mécaniques sur des mots et des phrases qui n'auraient pas de signification.

Plus que d'autres collégiens, les élèves IMC vont rencontrer des difficultés pour effectuer ce passage de l'arthmétique à l'algèbre.

Au niveau conceptuel, les collégiens IMC opposent une résistance à reconnaître en l'algèbre un outil plus efficace que l'arithmétique, d'autant plus importante qu'ils ont déjà souvent peiné à construire ce dernier : leurs difficultés à dénombrer par exemple, ont souvent fait obstacle à l'élaboration des nombres entiers, à la compréhension de leurs fonctions fondamentales et de leurs propriétés et leurs difficultés à poser les opérations ont freiné bien souvent leur maîtrise du calcul. En général, les problèmes créant véritablement la nécessité d'utiliser l'algèbre comme un outil simplificateur sont trop difficiles pour leur niveau de compétences numériques et ils ne perçoivent pas l'intérêt de ce nouvel outil qui au contraire leur semble plus difficile : il faut nommer une solution, à l'aide d'une lettre alors que c'est un nombre, il faut opérer sur elle alors qu'on ne la connaît pas et qu'on ne sait même pas si elle existe !

Comprendre le sens des règles de l'algèbre

En fait, on leur demande au collège, d'abandonner un outil qui a mis très longtemps à leur sembler à peu près fiable, au bénéfice d'un autre, sans qu'ils soient motivés par la garantie d'une plus grande efficacité. Par suite, dans ce nouveau monde, ils sont amenés à *bricoler* des lettres, des chiffres, des signes (par exemple le signe = dans une équation) qui sont vides de sens, en suivant des conventions d'écritures mémorisées sous forme de recettes (*comme on change de côté donc on change de signe*). Dans ce cas, ils n'ont pas compris le sens interne de leurs traitements, c'est-à-dire la cohérence des règles qui se justifient par les propriétés algébriques des nombres (par exemple *tout nombre admet un opposé*) mais ils n'ont plus la possibilité d'un

recours à la réalité pour contrôler leurs résultats (le sens externe).
Au niveau technique, les méthodes relatives aux algorithmes opératoires, pour l'acquisition desquelles les enseignants comme les écoliers ont *sué à grosses gouttes* et qui sont plus ou moins bien assises, doivent être abandonnées, en algèbre, au profit de chaînes d'opérations écrites en ligne. Quelle en est la raison ? C'est le moyen de transformer une succession d'états (d'actions) en un(e) seul(e) état (ou action). C'est une transcription de la simultanéité. On peut ainsi réduire en une expression l'énoncé mathématique de plusieurs actions consécutives : par exemple, la suite des deux phrases, 5+4=9 et 9x2=18, peut se réduire à la seule phrase (5+4)x2=18 en vertu de la loi de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition [2].
Mais certaines règles doivent être respectées : par exemple (5+4)x2 ne peut pas se traduire par 5+4=9x2=18.

L'utilisation de l'écrit

Un collégien IMC rencontre nécessairement, à un moment donné de sa scolarité, un autre obstacle en cours de mathématiques : la nécessité de limiter la charge de sa mémoire de travail et donc de recourir à l'écrit alors qu'il a souvent des difficultés, si ce n'est une impossibilité, pour écrire manuellement. À l'école, on lui propose des méthodes alternatives, soit avec l'utilisation d'ordinateurs (mais les logiciels courants ne permettent pas d'écrire des mathématiques), soit on stimule leurs capacités verbales en privilégiant les activités mentales et l'expression orale des raisonnements. Même si l'élève dispose d'un secrétaire pour écrire le cheminement de sa pensée, en mathématiques, au collège, le passage par l'écrit est incontournable : à partir d'un certain niveau de complexité, la verbalisation et la rétention en mémoire deviennent insuffisantes pour organiser et traiter les informations.

Des points d'appui pour mémoriser et traiter les informations

En effet, c'est l'écriture qui procure la stabilité et la mémorisation des savoirs mathématiques : l'écrit permet des points d'appui détaillés sur laquelle la pensée peut se développer.

- En géométrie, pour exprimer une démonstration, l'écriture joue un rôle de communication différée qui permet le retour sur les étapes du raisonnement et le traitement séquentiel de la globalité des informations comme de leurs transformations : pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme par exemple, on prouve en deux temps différents, l'un après l'autre, l'égalité des longueurs des côtés opposés, et le parallélisme de ces côtés deux à deux.
- En arithmétique, pour simplifier par exemple le traitement algorithmique des opérations, on a recours aux symboles parce que l'esprit humain ne peut embrasser beaucoup de choses à la fois : la mémoire de travail mobilisée par des calculs peut empêcher le traitement du problème lui-même si leur exécution est trop lourde.
- En algèbre, si on essaie de *dire* la suite des actions à mener pour calculer une expression comme

$$\frac{(2x+3)(x-1)}{x+5}$$

2. La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition est une propriété qui relie les deux opérations dans l'ensemble des nombres entiers et qui rend synonymes (identiques) les écritures (a+b)xc et axc+bxc.

quand pour x=4, ou de développer oralement une identité remarquable comme $(a+b)(a-b)=a^2+ab-ba-b^2=a^2-b^2$, un effort d'attention démesuré est demandé. Lorsqu'il n'y a pas de trace écrite des calculs, les résultats intermédiaires sont donc vite oubliés.

- En analyse, les calculs sont encore plus nombreux puisqu'une des caractéristiques essentielles de cette discipline réside dans la possibilité de varier les valeurs numériques en jeu : les lettres utilisées sont appelées des variables. Au collège, l'expression des relations entre ces nombres (les fonctions), nécessite le recours à différents types d'écrits : l'écriture symbolique et littérale, des tableaux de valeurs que l'on doit pouvoir dresser rapidement et des représentations graphiques sous forme de courbes. Par exemple, une fonction affine comme $f(x) = ax+b$, est définie par un ensemble de couples de nombres comme (0,b) ; (1, a+b)… ainsi que par une droite d'équation $y=ax+b$ qui la représente dans le plan muni d'un repère.

De façon générale, dans les domaines numériques, l'écriture a pour fonction d'organiser les calculs et de conserver les résultats intermédiaires. En mathématiques, les traces écrites sont des références et des retours à la mémoire : diverses formes d'écrits sont utilisées pour soutenir les raisonnements. Par rapport à l'oral qui représente *l'ici et le maintenant*, l'écrit aide les élèves à entrer dans la durée et la permanence.

Quelques principes pour rendre accessibles les savoirs mathématiques

Utiliser des logiciels en géométrie

Géoplan ou *Cabri-géomètre* sont des outils incontournables pour soulager les collégiens dans la réalisation de constructions géométriques. Ainsi, libérés de cette tâche spatiale et motrice, ils pourront s'appuyer sur les propriétés géométriques des figures et se concentrer sur l'élaboration de leurs démonstrations pour accéder au raisonnement déductif. Ces outils présentent de plus l'avantage de répondre aux besoins de l'enseignement de la géométrie, au moins jusqu'à la fin des études secondaires et leur utilisation est autorisée aux examens.

S'appuyer sur le langage écrit

Le langage permet d'alléger la mémoire de travail. Mais utiliser l'écrit ne signifie pas nécessairement développer et faire appel au graphisme manuel de l'élève : il est indispensable de recourir aux outils informatiques et de développer leur maîtrise. En effet, certains logiciels permettent à ces élèves de transcrire les objets mathématiques et leurs propriétés. Ils ne sont pas toujours connus des enseignants d'UPI car ils sont, à l'origine, destinés à d'autres fins que celle d'aider les élèves handicapés moteurs mais ils peuvent être avantageusement utilisés par des élèves d'UPI en mathématiques. En voici quelques exemples :

- les éditeurs de textes mathématiques, comme *Amath* ou *Typemaths*, qui sont conçus pour permettre aux chercheurs en mathématiques d'écrire leurs travaux sur ordinateurs : ils servent à écrire des formules, des expressions littérales en algèbre, les fractions, les puissances ou encore les racines carrées et sont très simples d'utilisation pour des collégiens ;
- les tableurs, comme *Excel*, qui peuvent, dans des situations simplifiées, servir à dresser des tableaux de valeur et dessiner les graphes de certaines fonctions.
- Les grapheurs, comme *Graphmatica*, qui, eux ont pour but de dessiner les

courbes représentatives des fonctions et qui dans le cursus des élèves tout-venant ne sont introduits qu'au lycée, peuvent être très facilement proposés aux collégiens handicapés moteurs.

Apprendre à écrire les calculs en ligne

Les enseignants spécialisés du premier degré sont souvent réticents à abandonner la pose des opérations arithmétiques en colonnes : lorsqu'ils entraînent leurs élèves IMC à effectuer des calculs, ils inventent de nombreux supports pour compenser les difficultés spatiales que ne manquent pas d'éprouver ceux qui présentent des dyspraxies. Or les opérations peuvent être conceptualisées sans que les algorithmes soient disposés en tableau et les règles de calcul s'appliquent facilement dans des écritures linéaires tant que la taille des nombres, par exemple, n'excède pas trois chiffres. Comme nous l'avons souligné, à partir du collège tous les calculs s'effectuent en ligne. D'où l'intérêt d'entraîner ces élèves le plus tôt possible à écrire leurs calculs en ligne : non seulement, on évite ainsi à l'école de perdre un temps précieux à poser systématiquement tous les calculs en colonnes, mais on en gagne au collège lors du passage au calcul littéral et à l'algèbre.

Développer les capacités d'abstraction

Le transfert des propriétés numériques à l'algèbre suppose d'abord un entraînement au calcul mental (avec des nombres simples), la connaissance explicite des conventions, une pratique abondante de calculs linéaires simples, organisés avec des parenthèses de façons différentes et comparés aux mêmes suites d'opérations, frappées en suivant, sur la calculatrice. Dans un deuxième temps, un travail qui incite les élèves à raccourcir une suite de calculs dans laquelle un seul nombre varie, aide à comprendre l'intérêt d'abstraire la situation : c'est une économie aussi bien en lecture qu'en écriture. Par exemple l'ensemble des calculs *20+2x*3 ; *20+2x*4 ; *20+2x*5 ; *20+2x*6 ; … peut être remplacé par 20+2xa. L'utilisation d'un logiciel de type tableur permet de multiplier les cas d'expressions dans lesquelles un seul élément varie facilitant ainsi le repérage du rôle d'une lettre dans une écriture et la conception de cette lettre en tant que nombre.

AU NIVEAU DE L'ACCOMPAGNEMENT DES COLLÉGIENS IMC DANS LEURS APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES

Pour un enseignant du premier degré

Il n'est pas toujours facile de prendre en compte les programmes et les enjeux des connaissances mathématiques dans le cursus secondaire pour remplir sa mission de soutien : en effet, l'enseignant doit pouvoir savoir si ce qui est enseigné en mathématiques à l'école primaire a un avenir en 6^e ou si ce qu'un élève doit comprendre en 6^e a un certain avenir en 3^e. Ce sont les programmes qui normalement désignent ces buts à long terme, mais déjà faut-il que les enseignants du 1e degré en aient pris connaissance (et réciproquement) ; de plus, pour comprendre ces programmes il est indispensable de les interpréter. Or, cette interprétation n'est possible que grâce à des connaissances mathématiques approfondies que ne possède pas nécessairement un enseignant d'UPI non spécialisé en mathématiques.

De même, il n'est pas simple non plus de choisir les adaptations techniques les plus appropriées aux spécificités et exigences des connaissances mathématiques : quels logiciels chercher pour aider les collégiens à écrire des expressions littérales, pour dessiner des courbes représentatives de fonctions, pour dresser des tableaux de valeur, pour construire des figures géométriques… ?

Pour un enseignant de mathématiques du second degré

Ignorer les fonctionnements cognitifs spécifiques de ce type d'élèves, ne favorise pas la prise en compte de leurs particularités d'autant plus qu'il a à gérer plusieurs classes et donc doit connaître un nombre important de collégiens. Il lui faut aussi adapter aux élèves intégrés certaines exigences propres au niveau secondaire et contraignantes : l'importance de l'écrit, l'évaluation, la gestion du temps, la place du travail personnel … Au niveau de l'évaluation par exemple, la mise en place du tiers temps n'est pas sans poser de problèmes d'organisation d'emplois du temps aussi bien des enseignants que des élèves.

Des pistes pour que le collège s'adapte à ces nouveaux élèves

Favoriser la collaboration entre les enseignants du collège, de l'UPI et les rééducateurs

Des modalités de collaboration restent à inventer et il faut s'en donner les moyens :

- Envisager que les enseignants du second degré prennent en charge les élèves des UPI avant leur intégration dans leurs cours de mathématiques ou qu'ils assurent une partie du soutien fait dans le cadre de l'UPI.
- Inciter les enseignants des UPI à mettre en perspective les notions mathématiques du secondaire dans leur enseignement primaire, par exemple en assistant à certains cours de mathématiques du collège.
- Permettre des échanges entre tous les partenaires pour qu'ils puissent rechercher les réponses adaptatives les plus appropriées et se construire une culture commune.
- Proposer des formations spécifiques pour ces acteurs de terrain des premier et second degrés, ainsi que pour des professeurs ressources qui pourraient servir de relais.

Aménager l'environnement matériel et humain de l'élève intégré

- Définir les bénéfices et limites de la présence d'un secrétaire auprès de ces adolescents et accentuer nos efforts pour banaliser l'utilisation d'ordinateurs.
- Adapter les exigences propres au niveau scolaire du second degré : par exemple, aménager les temps d'entraînement en acceptant que l'élève d'UPI produise moins ou autrement que les autres, assouplir le système d'évaluation soit en réduisant la taille des contrôles, soit en organisant des modalités originales pour le tiers temps.

D'une part, au niveau du collège, les apprentissages mathématiques présentent des caractéristiques dont la spécificité s'accentue ; leur enseignement nécessite donc des connaissances didactiques plus pointues qu'au niveau de l'école primaire.

D'autre part les adolescents handicapés moteurs, outre les fragilités propres à leur âge, montrent des particularités dans leur fonctionnement cognitif qui ne peuvent être ignorées.

Ainsi l'UPI doit être un lieu de rencontre entre les différents experts que sont les enseignants spécialisés du premier degré et les professeurs de discipline du second degré.

Au final, sans prétendre être exhaustif, nous avons mis en évidence quelques obstacles à surmonter pour favoriser l'intégration et une réelle participation des élèves handicapés moteurs à la vie d'un établissement du second degré. Nous avons cherché à souligner que les difficultés d'accueil de ces adolescents ne se réduisent pas à de simples questions d'accessibilité d'ordre matériel mais qu'elles peuvent concerner aussi les apprentissages eux-mêmes et qu'une étroite collaboration entre les divers partenaires est nécessaire pour adapter les enseignements du second degré à ces nouveaux élèves.