

# Résoudre des problèmes mathématiques

# Objectifs de la résolution de problème

Créer des conditions d'une activité intellectuelle de véritable recherche:

- Faire des hypothèses et les tester
- Faire des essais successifs
- Elaborer une démarche originale et personnelle pertinente
- Vérifier par soi-même les résultats obtenus
- Les énoncer et les expliciter
- Les mettre en débat, argumenter

*Apprendre à raisonner*

# Conceptions des élèves

- « Il faut écrire une phrase réponse, trouver un résultat, faire des opérations, calculer,... »
- On a répondu quand on a utilisé toutes les données
- On doit trouver LA bonne opération

Mais jamais : « Il faut comprendre ce qui est demandé, dessiner ou schématiser, éliminer ce qui ne sert pas à répondre à la question, se tromper et recommencer, échanger avec d'autres pour savoir s'ils cherchent de la même façon, savoir expliquer ce qu'on a voulu dire, argumenter ce qu'on a trouvé...

*répondre à l'attente des enseignants*

# Conceptions des enseignants

- Dans la tradition scolaire : un problème se limite à un problème d'application
- D'où peu de problèmes de recherche (type problèmes ouverts)
- l'élève doit être capable de les résoudre de manière experte
- Le problème doit être simple pour être réussi d'où : questions induites, fermées, une seule réponse ...
- Echec imputé aux seules difficultés de lecture

# Les obstacles les plus fréquents

D'après évaluations nationales :

- La perte de sens : c'est la résolution de problèmes qui donne sa signification à toutes les connaissances maths
- Le repli sur la forme sans le contenu
  - l'élève ne cherche plus à penser mais se contente d'exécuter des algorithmes selon l'unique procédé permis
  - Plus l'élève est en difficulté, plus il va chercher des indices qui lui permettent de répondre à la question plutôt que de chercher le problème

# Les facteurs de compréhension d'un énoncé

- Les connaissances du monde
- Les compétences logiques
- Les capacités à interpréter et se représenter la situation
- Les compétences linguistiques
  - La reconnaissance des visées de l'auteur
  - Le lexique spécifique ou ambigu
  - La syntaxe caractéristique
  - Les représentations graphiques (schéma, tableau, figure, dessin...)

# Des indices linguistiques pièges

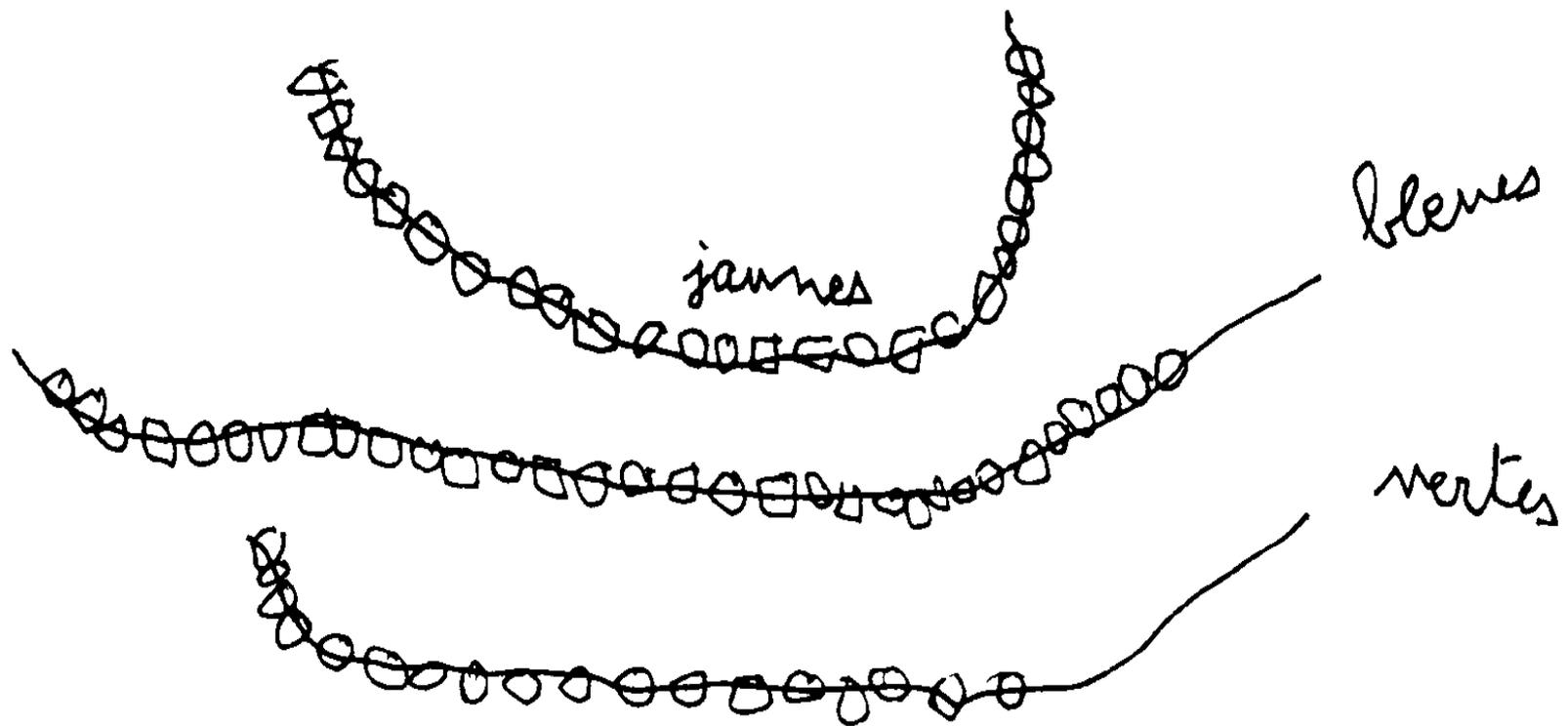
- Énoncé n° 1 : « J'avais 2 billes ce matin et j'en ai gagné une autre ce soir. Combien ai-je de billes maintenant ? »
- Énoncé n° 2 : « J'ai perdu une bille ce matin et j'en possède 2 ce soir. Combien avais-je de billes ce matin ? ».

Même solution  $2 + 1 = 3$

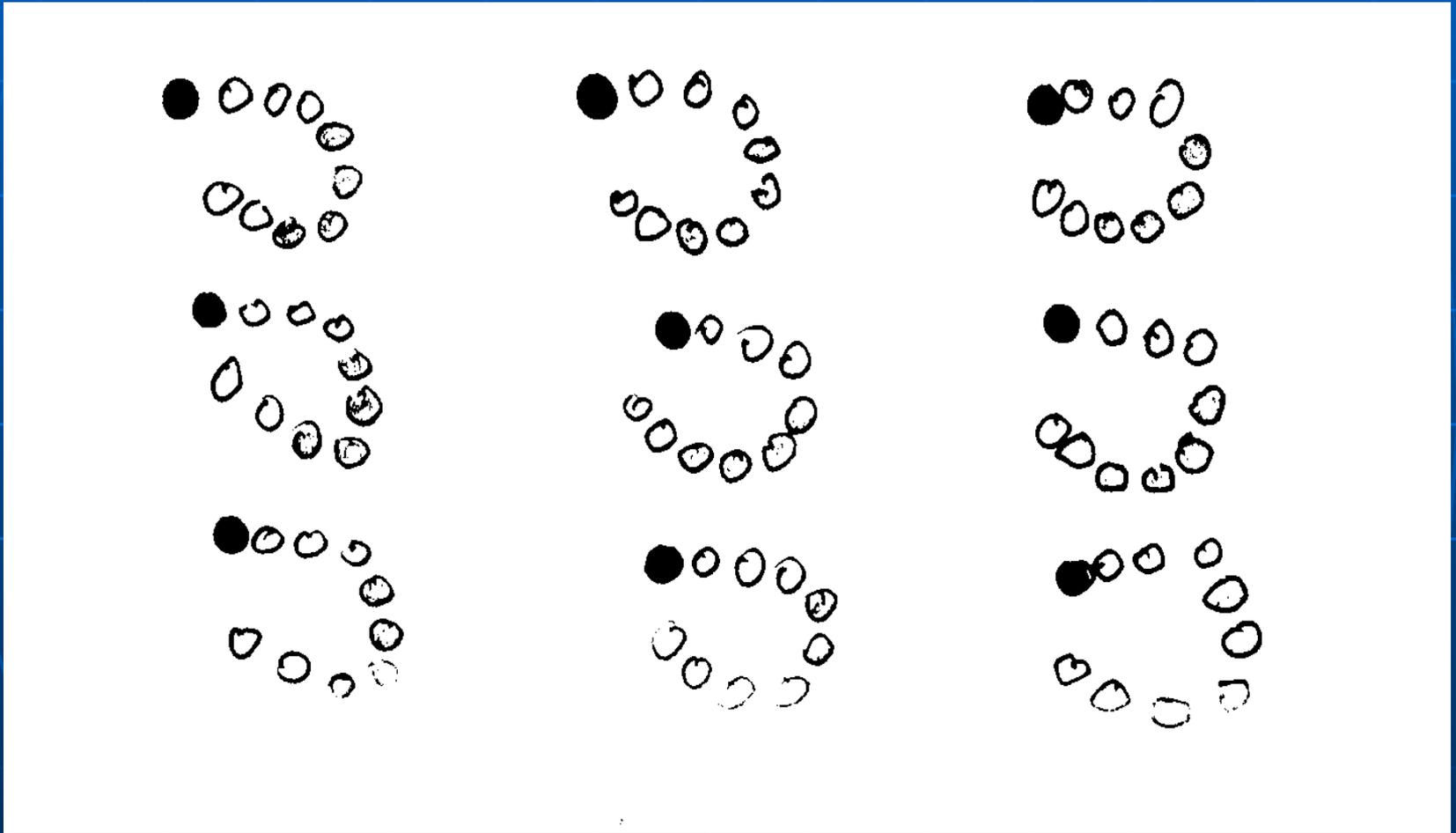
# Des difficultés de représentation de la situation

Annie a fait un collier. Elle a enfilé une perle rouge, trois perles jaunes, quatre perles bleues, deux perles vertes. Elle a recommencé 9 fois. Combien de perles a-t-elle utilisé?

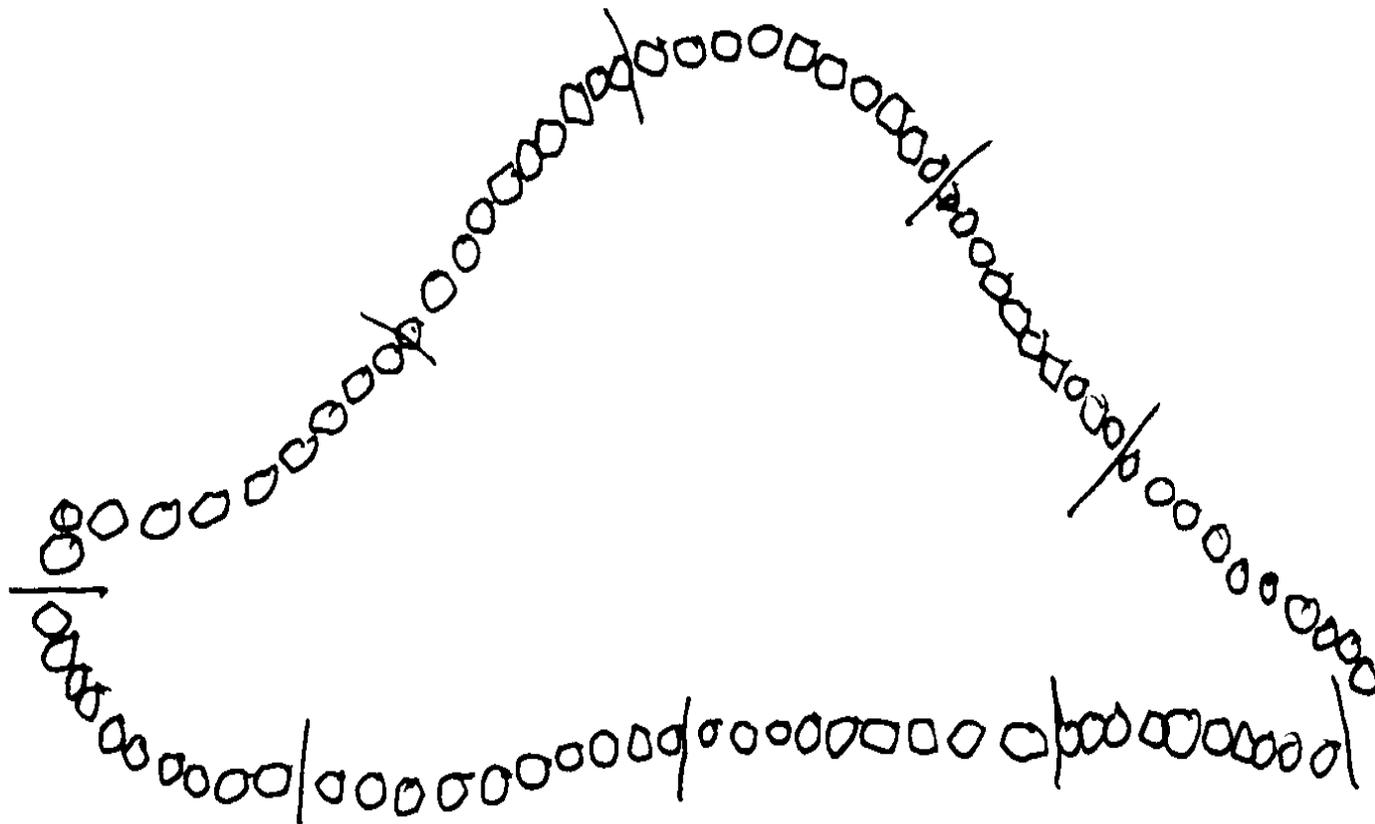
# Un 1e essai de représentation



# Un 2e essai de représentation



# Un 3e essai de représentation



# Des pistes d'aides pédagogiques

- Donner du sens en faisant résoudre de vraies situations de recherche
- Accentuer la mise en activité réelle des élèves
- Varier les situations et les supports
- Apprendre à lire les énoncés
- Permettre les procédures personnelles
- Insister sur la prise de conscience

# Reconnaître la visée de l'auteur

- Comprendre l'enjeu de la résolution d'un problème mathématique: ce n'est pas un texte comme les autres ni une lecture habituelle
- C'est une énigme, posée par un auteur qui a des intentions
- L'élève doit se mettre à la place de l'auteur donc le problème posé doit devenir le sien (il doit être intéressant pour lui)

# Apprendre à lire des énoncés

- **Rendre les élèves conscients des caractéristiques d'un énoncé de problème qui est à la fois (et non successivement):**
  - **Informatif** (il fournit des données chiffrées ou non)
  - **Narratif** (il se situe dans un contexte familier ou non)
  - **Prescriptif** (il pose des questions)
- **Activités d'interprétations d'énoncés, d'analyse des erreurs, d'écriture d'énoncés à partir d'objets maths**

# Aider à élaborer une représentation

- Faire construire des catégories en fonction des diverses structures de problèmes (problèmes de comparaison, de transformation, de réunion, de proportionnalité, combinaison, ...) en multipliant les situations à résoudre et en les comparant
- Proposer différents types de représentations : graphique, tableau, dessin, schéma...

# Varier les types de problèmes

- En favorisant l'accès aux problèmes « pour chercher » et pas seulement « pour apprendre »
- En proposant des problèmes **complexes** qui font appel à leur curiosité
- En variant les situations : vie courante, vie de classe, jeux, objets maths ( figures, nombres...), connaissances d'un autre domaine
- En les présentant sous diverses formes: expérience concrète, à l'oral, jeux de rôles, à l'écrit ( texte, document, tableau, graphique, schéma,...)

*Redonner le goût du défi intellectuel*

# Privilégier les différences de procédures

Laisser le choix aux élèves de développer une solution personnelle

La solution experte est souvent introduite de façon trop précoce : l'expertise vient de la rencontre avec la variété des situations qui permet d'augmenter le nombre de catégories à mobiliser pour résoudre une situation nouvelle

# Apprendre des procédures expertes

S'appuyer sur :

- La confrontation à des situations de même type avec des questions différentes
- Une identification des démarches
- Une prise de conscience de l'équivalence entre les diverses procédures
- Une utilisation adéquate du mode de calcul

# Faire évoluer les procédures

Dans un bus, il y a 60 places. 45 voyageurs y sont installés. Combien y a-t-il de places inoccupées?

- Tâtonner en ajoutant approximativement et successivement à 45 jusqu'à atteindre 60
- Calculer la différence entre 45 et 60 en faisant des sauts à partir de 45 de 1, de 5, de 10 ...
- ajouter 15 à 45 pour obtenir 60
- Calculer la différence entre 45 et 60 en faisant des sauts à partir de 60
- Poser la soustraction  $60-45$

# Favoriser l'explicitation et l'argumentation des procédures choisies

- En pratiquant la narration de recherche : la mise à distance de son activité par le discours (explicitation aux autres ou écrit)
- En instaurant le contrôle de sa propre activité (la métacognition)

# Provoquer la prise de conscience :

- des objets mathématiques et de leurs propriétés
- De sa propre activité mathématique
- Des relations entre les propriétés des objets et les propriétés de son activité ; donc des situations sur lesquelles on opère

*D'où mise en scène pédagogique*

# Raisonner sur les nombres

Avoir conceptualisé l'addition c'est savoir que :

- $43+39$  c'est  $40+3$  et  $30+9$
- l'on peut remplacer une écriture additive par une autre  $40+3+30+9$  (puis  $40+30+3+9$ ) sans changer le résultat.
- plusieurs exécutions sont possibles. Voici la plus rapide :  $40+30$  (70) puis  $3+9$  (12)
- La conceptualisation du système de numération permet la conversion de 70 en 7 dizaines et de 12 en 1 dizaine et 2 unités d'où  $7+1$ (8) dizaines et 2 unités soit le résultat final 82.