Les obstacles aux apprentissages numériques fondamentaux: élèves dyspraxiques ou élèves présentant des troubles du langage

Françoise Duquesne-Belfais

1- Estimer une quantité

de façon approximative : la perception visuelle

de façon précise : le dénombrement

Élaborer des procédures de quantification approximative

subitisation (subitizing)



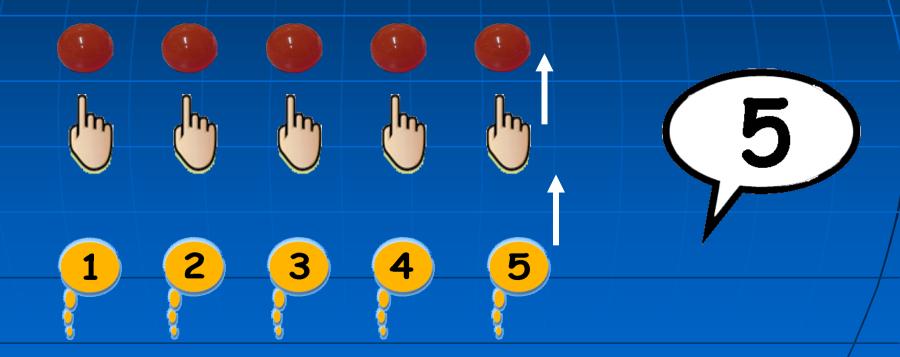
estimation visuelle



Élaborer des procédures de quantification précise

- Connaitre la chaîne numérique
- Compter: Effectuer une double correspondance
 - externe: pointage des objets un à un oeil/main/objets)
 - Interne : synchronisation du rythme d'énonciation et du geste
- Dénombrer : Attribuer un cardinal à la collection

Dénombrement : double correspondance et cardinalisation



Attribuer une signification quantitative aux mots-nombres

- Le nombre ne dépend pas des propriétés des objets (couleur, forme, usage ...)
- Le nombre ne dépend pas de l'organisation spatiale des objets à compter
- Le nombre ne dépend pas de l'ordre dans lequel les objets sont comptés
- Les nombres sont identifiés par des mots et des signes
- Les nombres sont organisés à l'aide d'une relation d'ordre

Le comptage et les enfants dyspraxiques

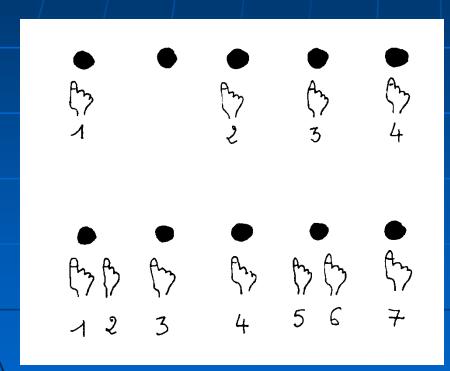
- Perception visuelle non fiable
 - · Agencement spatial des objets
 - · Estimation de la taille de la collection
- Organisation difficile du regard et du geste
- Mauvaise coordination de plusieurs tâches simultanées

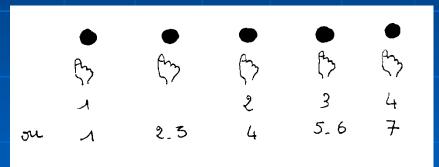
Conséquences: comptages successifs erronés mauvaise évaluation globale non concordance des résultats entre le subitizing et le dénombrement

Difficultés à construire l'invariance du nombre

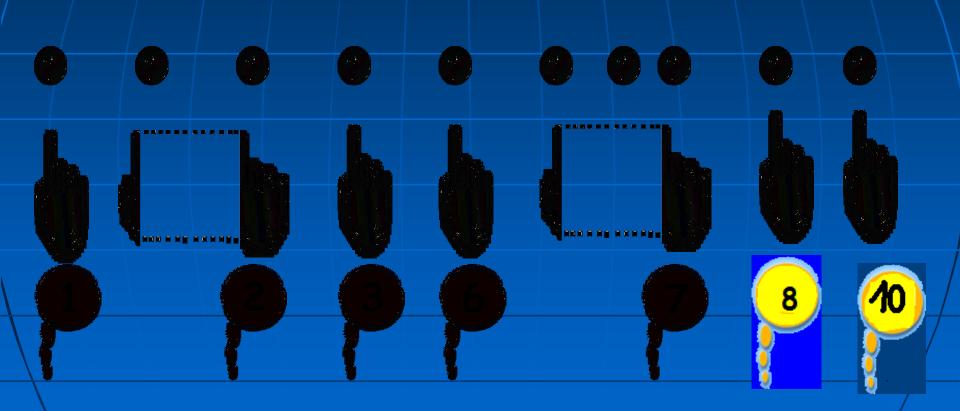
Obstacles au dénombrement

Des erreurs entre correspondances interne et externe





Des erreurs qui déstabilisent d'autres connaissances



Pour un élève dyspraxique : adapter les situations de dénombrement

 Aider l'enfant dyspraxique à prendre conscience de son fonctionnement spécifique

Utiliser des collections d'objets déplaçables

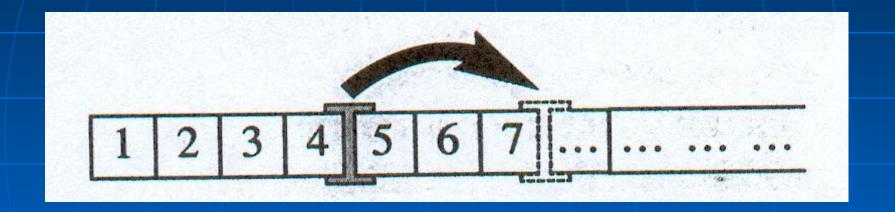
Limiter les situations de dénombrement

Le comptage et les enfants ayant des troubles du langage

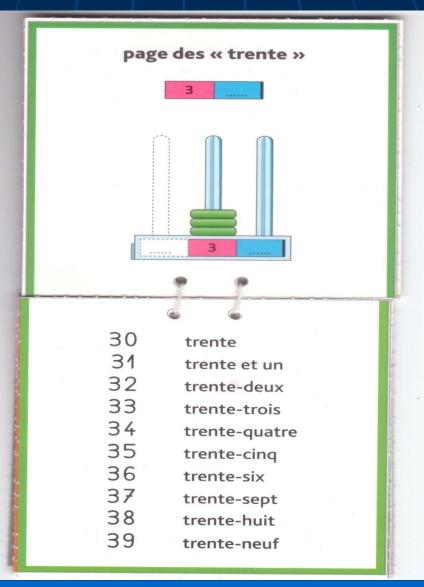
 Des difficultés dans la rétention des mots nombres de la chaine numérique

Une aide : les supports visuels
 Les constellations
 La file numérique
 Le dictionnaire des nombres....

La file numérique et son curseur



Le dictionnaire des nombres



2- Représenter des quantités

Recourir au nombre pour pallier l'absence des objets

Présence des objets: mise en relation directe par correspondance terme à terme

Absence des objets:

- Absence spatiale : les objets sont dans des lieux différents
- Absence temporelle :
 - · les objets ne sont pas encore là et il faut anticiper (temps futur)
 - les objets ne sont plus là et il faut en garder une trace (temps passé)

D'où la nécessité de représenter les quantités pour les comparer 15

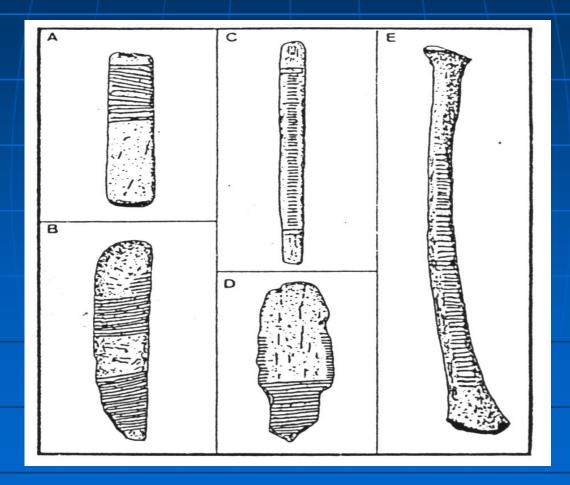
Diverses représentations

- Des représentations concrètes : dessins, photos
- Des collections témoins d'objets indifférenciables : pions, jetons...
- Des représentations numériques orales et écrites : symboles (chiffres) organisés en système (numération orale ou écrite)

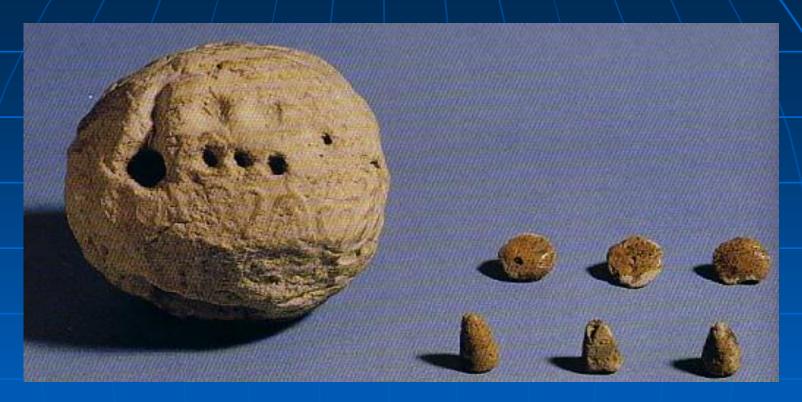
D'où une pluralité représentée par un signe donc un dénombrement qui n'est plus nécessaire

La numération figurée

Pour conserver le souvenir d'un nombre Os entaillés (30 000 à 10 000 ans av. J.C.).



En Mésopotamie (3500 avant J.C.)

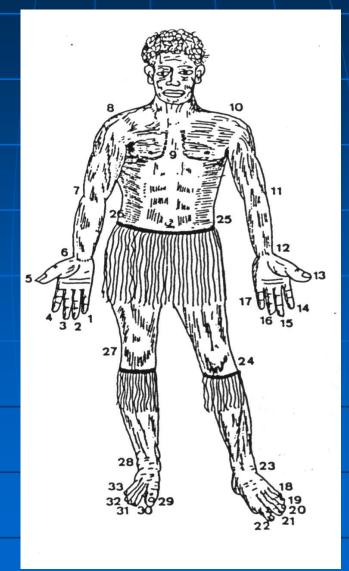


Petit cône = 1 Petite bille = 10 Grand cône = 60

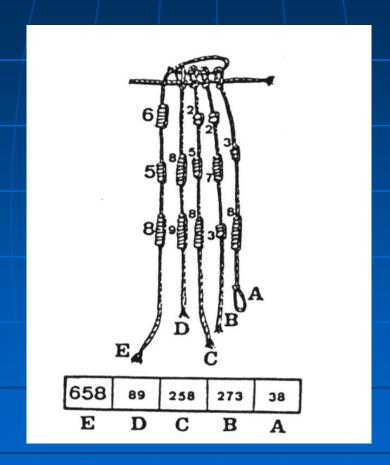
Grand cône percé = 600 Grosse bille = 3600

Grosse bille percée = 36000 (principe additif)

Pour compter en utilisant son corps détroit de Torres 1900



Pour compter en utilisant un instrument aide mémoire d'un dénombrement statistique : quipus empire inca 1200 ???



La numération orale

Nommer les nombres à partir de mots liés au corps (indiens Lengua, Paraguay)

- 1
- 2
- 3 : composé de 1 et 2
- 4 : les deux cotés pareils
- 5: une main
- 6 : arrivé à l'autre main, un
- 7: arrivé à l'autre main, deux
- 8 : arrivé à l'autre main, composé de un et deux
- 9 : arrivé à l'autre main, les deux cotés pareils
- 10: fini, les deux mains
- 11: arrivé au pied ,un
- 15: fini le pied
- 16 : arrivé à l'autre pied ,un..... Françoise Duquesne-Belfais
- 20 : fini les pieds

Numération quechua 24

Alphabet numération française : 9 + 10 mots de base ; 4 mots clefs ; le mot « et »

	Mots de	nombres	Mots de	nombres	Mots	nombres	
	base		base		clefs		
	un/	/ 1/-	onze	11	dix	10	\ \
	deux	2	douze	12	vingt	20	\
	trois	3	treize	13	cent	100	
	quatre	4	quatorze	14	mille	1000	
	cinq	5	quinze	15			
	six	6	seize	16			
	sept	7	trente	30			
$\overline{\ \ }$	huit	8	guarante	40			
	neuf	9	cinquante	50			
			soixante	60	2	5	

numération française : règles de grammaire

```
trois mille quatre cent quatre-vingt-quinze 3 1000 4 100 4 20 15 (3×1000) + (4 × 100) + (4 × 20) + 15
```

- Règle 1 : tout nom de nombre est formé de mots de base et de mots clefs
- Règle 2 : tout mot de base multiplie le mot clef qui le suit. Ces 2 mots forment un couple
- Règle 3 : on additionne les couples

Mais il y a beaucoup d'irrégularités

On utilise la base 10

trente	30
trente-et-un	31
trente-deux	32
trente-trois	33
trente-quatre	34
trente-cinq	35
trente-six	36
trente-sept	37
trente-huit	38
trente-neuf	39 2

On utilise aussi la base 20

soixante	60	soixante-dix	70
Soixante-et-un	61	soixante-et-onze	71
Soixante-deux	62	soixante-douze	72
Soixante-trois	63	soixante-treize	73
soixante-quatre	64	soixante-quatorze	74
soixante-cinq	65	soixante-quinze	75
soixante-six	66	soixante-seize	76
soixante-sept	67	soixante-dix-sept	77
soixante-huit	68	soixante-dix-huit	78
soixante-neuf	69	soixante-dix-neyf	79/

Les bases « vingt » et « dix »

XIIIe siècle

Il existe à Paris l'hôpital des Quinze-vingts, crée par St Louis en 1254. Ce nom de « Quinze-vingts) correspond au nombre de lits (quinze fois vingt lits). Le dortoir pouvait accueillir les trois cents qui avaient eu les yeux crevés au cours des croisades.

XVe siècle

Item, je donne aux « Quinze-vints », qu'autant voudrait nommer trois cents, sans les étuis mes grandes lunettes. (François Villon, Le grand testament, 1462)
Françoise Duquesne-Belfais
29

Les bases « vingt » et « dix »

XVIIe siècle

Dorante : Vous souvenez-vous bien de tout l'argent que vous m'avez prêté?

M. Jourdain : Je crois que oui. J'en ai fait un petit mémoire. Le voici. Donné à vous une fois deux cents louis.

Dorante: Cela est vrai.

M. Jourdain: Une autre fois, six-vingts.

Dorante: Oui.

M. Jourdain: Et une autre fois, cent quarante

Dorante: Vous avez raison.

M. Jourdain : Ces trois articles font quatre cent soixante louis.

30

bande de numération et nom d'un nombre

Deuxième cas: la colonne n'a pas de nom

	mille			
4	0	0	0	0

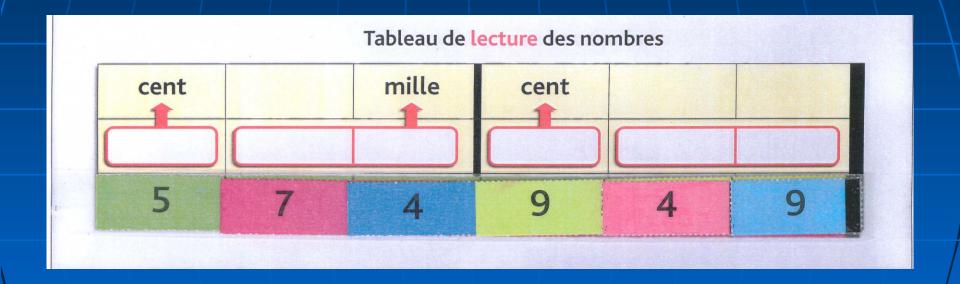
		mille				
2	0	0	0	0	0	

4 est dans une colonne sans nom, on lit: 40 dans la colonne mille 40 x 1 000 quarante mille on lit:
200 dans la colonne mille
200 x 1 000
deux cent mille

	million			mille	cent		
1	0	0	0	0	0	0	0

10 dans la colonne million 10 x 1 000 000 dix millions

Aide à la lecture des nombres



La numération écrite

4 idées principales

- Les groupes de 10
- Les groupements de groupes de 10
- Les échanges 10 contre 1
- Le rôle particulier du 0 : Dans 105 et 15 comment évaluer la place laissée libre entre le 1 et le 5 ?

Diverses mises en correspondance nécessaires

- Avec la numération figurée (jetons, abaques, doigts ...)
- Avec la numération parlée (suite orale des noms de nombre)
- Avec la numération écrite (chiffres arabes)
- Passage d'un code à l'autre

Pour les élèves TSL, des difficultés

- La connaissance et la reconnaissance des chiffres
- la compréhension de la numération (les échanges 10 contre 1, le rôle du zéro)

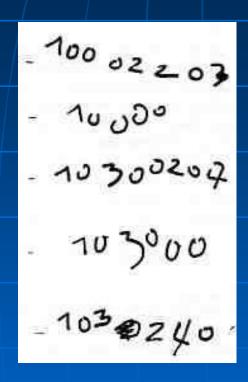
- le transcodage écrit/oral

Les erreurs de transcodage

- Erreurs lexicales
- ✓ Opposition ordre d'énonciation et ordre de transcription: « quatorze » transcrit 40
- ✓ similitudes entre les sons "treize" transcrit 16

- Erreurs syntaxiques
- « soixante dix sept » transcrit 6017 ou 60107

Dictée du nombre 103204

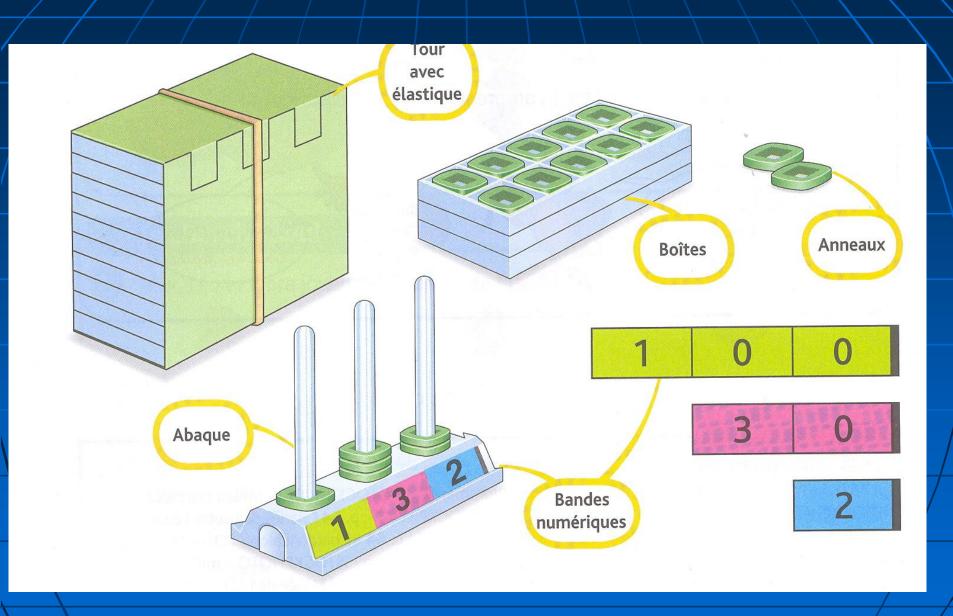


Y. 12 ans cinq essais

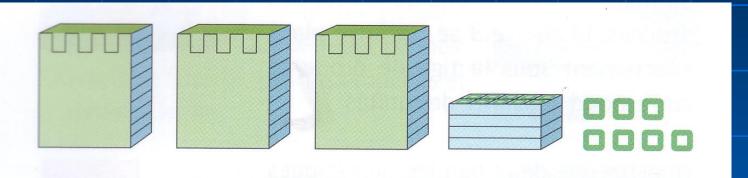
Des adaptations pour les élèves TSL

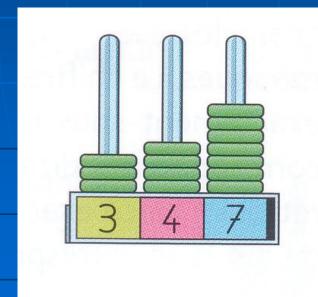
la numération figurée :

un pallier vers les aspects abstraits du nombre



les nombres jusqu'à 999: tours, boites, anneaux ou abaques et bandes



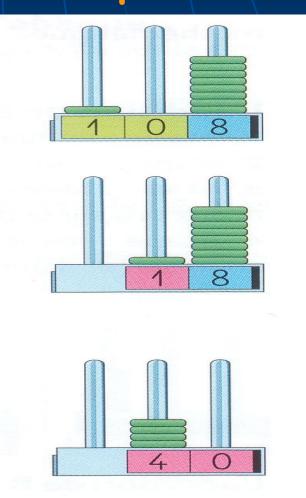


3	0	0
	4	0
		7

$$347 = 300 + 40 + 7$$

Le rôle du zéro, marqueur d'une position manquante

40



3- Calculer

Mettre en relation des quantités

On utilise:

- soit les objets ou des représentations des objets : on effectue du comptage
- soit les représentations numériques : on effectue du calcul

D'où la possiblité de remplacer des compétences en dénombrement par des raisonnements arithmétiques (par exemple pour les élèves dyspraxiques)

Comprendre la logique du système numérique

- Ajouter 1 c'est prendre le nombre suivant dans la comptine
- Ajouter 2 nombres consécutifs c'est doubler le 1er et lui ajouter 1 :

$$3+4 = 3+3+1 = 6+1 = 7$$

 Un même nombre est représenté avec différentes écritures numériques :

$$6 = 4+2 = 1+5$$
 ou $6 = 3\times2 = 6\times1$ ou $6 = 12/2...$

 Les opérations arithmétiques ont des propriétés qui régissent les calculs :

Commutativité: $2+3 = 3+2, 5\times4 = 4\times5$...

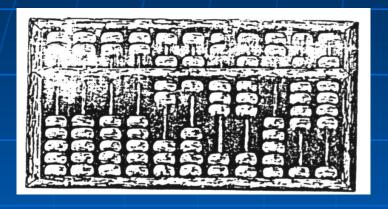
Associativité: $2x3x5 = 6x5 = 2x15 \dots$

Distributivité : 2x(3+4) = (2x3) + (2x4)...

5

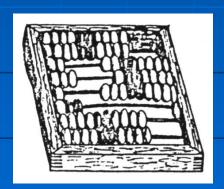
L'importance du calcul figuré dans notre histoire

Les bouliers, tables à calculer, les mains



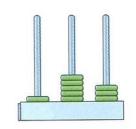






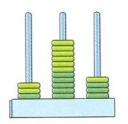
Le calcul figuré dans notre enseignement

- 1 Utilise ton abaque puis complète les étapes 3 et 4.
 - 1. Je prends 153.



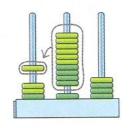
	1	5	3
+			
(

2. J'ajoute 261.



	1	5	3
+	2	6	1
	3	11	4
1			

3. J'échange.

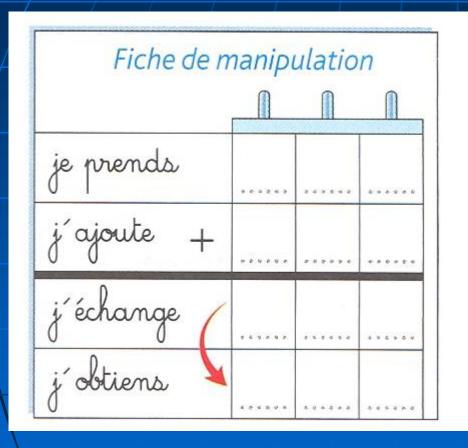


	1	5	3
+	2	6	1
(3	11	4
7		. , . , ,	4

4. L'opération.

	1	5	3
+	2	6	1
			1311111

De la manipulation à l'écriture





Des pistes d'adaptation en calcul pour des élèves dyspraxiques

Pour un élève dyspraxique, raisonner sur les nombres pour contrôler ses calculs

- Calculer sans avoir besoin de vérifier systématiquement par le comptage d'objets
- Reconstruire les résultats :
- en utilisant des stratégies de décomposition et de recomposition des nombres
- · en utilisant les propriétés arithmétiques des nombres

D'où une meilleure mémorisation des faits numériques

Un exemple de résolution par calcul plutôt que par comptage



L'enseignant : « peux-tu dire ce que j'ai fait? »

Alain: « tu en as enlevé »

L'enseignant : « oui, c'est vrai. Combien en ai-je enlevé? »

Alain: ??

L'enseignant : « peux-tu deviner en regardant la rangée du haut? »

Alain:?

L'enseignant : « compte combien sont seuls dans la rangée du bas »

Alain : « il y en a 5 dans la rangée du bas et 8 dans celle du haut. Pour aller de 5 à 8, ça fait 3, donc tu 😂 as enlevé 3 »

Pour un élève dyspraxique: privilégier les calculs en ligne Pour éviter une disposition des opérations

- Pour éviter une disposition des opérations trop spatialisée
- Pour atteindre les objectifs fondamentaux du calcul:
 - · Comprendre les propriétés des opérations
 - · Les relier à la numération
 - Savoir dans quelles situations les utiliser
- Pour apprendre à utiliser les calculatrices et s'initier à l'algèbre

Recourir à des aides technologiques

- Utiliser des logiciels pour écrire les raisonnements numériques
 - Organiser ses calculs c'est conserver les étapes et résultats intermédiaires
 - A partir d'un certain niveau de complexité l'oralisation surcharge la mémoire de travail
 - Mais l'écriture manuelle est souvent lente et coûteuse
- Utiliser les manuels numériques et projeter les situations en isolant les informations

Raisonner sur les nombres pour résoudre des problèmes

Acquérir une certaine agilité mentale en "jouant " sur les nombres : un atout pour les enfants dyspraxiques,

- Pour libérer leur mémoire de travail en calcul au bénéfice de la compréhension du problème
- Pour faire des essais, tenter des initiatives dans l'exploration de différentes voies de résolution

D'où une flexibilité mentale accrue, face à la résolution d'un problème

4- la résolution de problèmes

Se représenter la situation

- · La lecture de l'énoncé
- La construction d'une représentation de la situation
- Sa modélisation en mathématiques
- Son traitement

Conceptualiser les opérations arithmétiques

 Les relier aux classes de situations dans lesquelles elles sont utiles

- Les classes de problèmes additifs: transformation, composition, comparaison, composition de transformations
- · Les classes de problèmes multiplicatifs :
- comparaison, proportionnalité simple ou composée

Pour les élèves TSL des difficultés de compréhension des situations

Pour des élèves TSL

 identifier des caractéristiques des énoncés mathématiques

 Favoriser l'évocation mentale avec des situations vécues et imagées

 Enclencher l'activité de résolution de pb avec des pb résolus

Utiliser des schémas

Merci de votre attention

Site: francoiseduquesne.free.fr



En conclusion

Pour les jeunes apprentis mathématiciens dyspraxiques:

- Leurs difficultés à dénombrer peuvent être surmontées par la compréhension des propriétés des nombres et des règles de calcul
- Leurs difficultés à poser des opérations peuvent être surmontées par la compréhension de la numération et des écritures en ligne

En conclusion

Pour les jeunes apprentis mathématiciens ayant des troubles du langage

Aider à surmonter les difficultés :

- pour mémoriser les noms de nombres en privilégiant la numération écrite
- Pour calculer en s'appuyan sur le calcul figuré
- pour comprendre un énoncé de problème en ayant recours à des situations concrètes et à des schémas pour favoriser l'évocation mentale et le passage à l'abstraction



Adapter sa démarche

pédagogique aux besoins des

élèves en différenciant

Différencier en Variant:

Les approches didactiques

Les supports et le matériel

Les modalités de travail

Les exigences

Les rythmes d'apprentissage

Différencier en variant les approches didactiques

Un exemple : développer le calcul sous tous ses aspects

- <u>Calcul figuré</u>: appui sur matériel, diversité des procédures, informelles ou formelles
- <u>Calcul réfléchi</u>: nécessité de mettre en œuvre une stratégie, calcul mental ou calcul écrit
- Calcul mental/calcul écrit : à mettre en relation
- (les compétences en calcul mental sont prédictives de la réussite scolaire)
- <u>Calcul approché/calcul exact</u>: compétences complémentaires pour remédier aux difficultés

articulation entre techniques de calcul, automatisation et raisonnement

Différencier en variant les façons de représenter un concept

Exemple: représenter un nombre

- Supports figuratifs: collections témoins,....
- Langue naturelle orale: mots nombres et règles de combinaison
- Code écrit : chiffre et règle (système de numération de position

Un exemple de dispositif de différenciation - Identifier des compétences noyaux

- Proposer une situation de découverte
- Faire une évaluation diagnostique pour analyser les difficultés des élèves (3 niveaux de conceptualisation)
- Organiser des parcours différenricés pour l'apprentissage (mêmes objectifs, obstacles et tâches différents)
- Mettre en commun : différents groupes de besoins explicitent les diverses procédures

- Formaliser et évaluer les savoirs et savoir faire

Le calcul 7+8 peut s'effectuer de plusieurs manières

- En utilisant de la règle des doubles :
 7+8 = 7+7+1 = 14+1 = 15
- En utilisant de la règle de décomposition additive de 10 à partir de 7 : 7+8 = 7+3+5 = 10+5 = 15
- En utilisant la règle de décomposition additive de 10 à partir de 8 : 7+8 = 5+2+8 = 5+10 = 15
- On peut aussi utiliser de nombreuses autres règles faisant intervenir des soustractions comme ajouter 9 c'est ajouter 10 et retrancher 1

8

LES PRINCIPES DE GELMAN

(The Child's Understanding of Number: Harvard University Press, 1978)

Gelman et Gallistel

Principe de Bijection



Principe de Suite Stable

1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

Principe Cardinal

1, 2, 3, 4, $5 \rightarrow 5$

Principe d'Abstraction



Principe de non pertinence de l'ordre

